

MONOGRÁFICO

Aprendizaje virtual de las matemáticas

Ángel A. Juan

ajuanp@uoc.edu

Profesor asociado de Simulación y Análisis de Datos en los Estudios de Informática de la Universitat Oberta de Catalunya (UOC)

María Antonia Huertas

mhuertass@uoc.edu

Profesora asociada de Matemáticas y Representación del Conocimiento en los Estudios de Informática de la Universitat Oberta de Catalunya (UOC)

Hans Cuypers

hansc@win.tue.nl

Profesor asociado de Matemáticas Discretas de la Universidad Técnica de Eindhoven

Birgit Loch

bloch@swin.edu.au

Directora del Mathematics and Statistics Help Centre, Universidad de Tecnología Swinburne de Melbourne

Cita recomendada

JUAN, Ángel A.; HUERTAS, María Antonia; CUYPERS, Hans; LOCH, Birgit (2012). «Aprendizaje virtual de las matemáticas» [introducción a monográfico en línea]. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento (RUSC)*. Vol. 9, n.º 1, págs. 86-91 UOC. [Fecha de consulta: dd/mm/aa].

<<http://rusc.uoc.edu/ojs/index.php/rusc/article/view/v9n1-juan-huertas-cuypers-loch/v9n1-juan-huertas-cuypers-loch>>

ISSN 1698-580X

Las tecnologías educativas están cambiando la forma de impartir enseñanza superior. Estas tecnologías incluyen, entre otras, los entornos de aprendizaje virtual o sistemas de gestión de aprendizaje individual y colaborativo, recursos de internet para la enseñanza y el aprendizaje, materiales académicos en formato electrónico, software específicamente orientado, *groupware* (métodos y herramientas que mejoran el trabajo en grupo) y software para redes sociales. Gracias al acceso generalizado a la tecnología y a la innovación tecnológica, no solo hemos sido testimonios de la creación y el desarrollo de universidades en línea en las últimas décadas, sino que además estamos asistiendo a una gran transformación en la forma de impartir la enseñanza en las universidades presenciales más tradicionales. Esta transformación afecta a la naturaleza de los cursos y a los programas de licenciatura que ofrecen los sistemas de educación superior en todo el mundo. Estas innovaciones tecnológicas han incrementado las oportunidades de aprendizaje a distancia, ya que los estudiantes que tienen limitaciones de tiempo –por dificultades laborales o de desplazamiento– o de lugar –a causa de la situación geográfica o de una discapacidad física– ahora tienen la flexibilidad necesaria para acceder a cursos y licenciaturas a su conveniencia.

Los modelos de aprendizaje virtual se usan ya en todo el mundo. En la enseñanza de las matemáticas y la estadística, las reformas educativas se han extendido tanto en la educación en línea como en la formación presencial. Muchos profesores se han visto obligados a probar nuevas estrategias docentes como el soporte en línea, el aprendizaje multidisciplinar colaborativo y la integración del software matemático y estadístico. Los departamentos universitarios de todo el mundo han hecho uso de sus capacidades tecnológicas para diseñar nuevos planes de estudio que promuevan la comprensión conceptual y no solo los conocimientos procedimentales. Sin embargo, puesto que la implementación no es algo fácil, especialmente en el campo de las matemáticas, nos enfrentamos a numerosos retos. Algunos de estos retos se deben a las características demográficas intrínsecas de la llamada «generación de internet», mientras que otros se deben a la naturaleza consustancial de las matemáticas y la estadística. En realidad, hasta el momento las metodologías educativas más innovadoras han sido desarrolladas por individuos o pequeños equipos de profesores. Estas experiencias únicamente se han generalizado en contadas ocasiones fuera de la institución y casi nunca se han mantenido en el tiempo. Así, respecto a los cursos de matemáticas en línea, es necesario que los investigadores y académicos docentes investiguen y promuevan la generalización y la sostenibilidad de los planteamientos más innovadores.

En sentido amplio, el aprendizaje virtual de las matemáticas se refiere al uso de software matemático e internet para impartir y facilitar la instrucción de cursos relacionados con esta materia. Las tecnologías establecidas (por ejemplo, entornos virtuales de aprendizaje y software especializado) facilitan la emergencia de nuevas estrategias educativas basadas en el aprendizaje colaborativo asistido por ordenador. Estas estrategias basadas en web las están utilizando tanto las universidades de nueva creación como las universidades tradicionales para enseñar (ya sea mediante un modo sincrónico o asincrónico en línea), sustituir parcialmente (modelos de aprendizaje combinado o híbrido) o complementar las ofertas de cursos de matemáticas a una nueva generación de estudiantes. Hay pocas dudas de que esta nueva manera de enseñar las matemáticas será plenamente aceptada y, de hecho, su uso sigue creciendo año tras año.

Con la experiencia del aprendizaje virtual, que se ha caracterizado por un «crecimiento explosivo», existe la necesidad urgente de realizar investigaciones para documentar las mejores prácticas y aplicarlas a las particularidades del aprendizaje virtual de las matemáticas en la educación superior. Mientras que cada vez hay más publicaciones que abordan el aprendizaje virtual, el aprendizaje colaborativo asistido por ordenador o la enseñanza de las matemáticas desde un punto de vista teórico, muy pocos trabajos –si existe alguno– ponen de relieve la implementación práctica de la enseñanza virtual de las matemáticas en la educación superior. Esta edición especial intenta llenar este hueco en la bibliografía identificando y publicando las mejores prácticas internacionales en este campo, no sólo presentando modelos teóricos sino también modelos y sistemas pedagógicos aplicados. Entre otros, los objetivos de este número son: (a) describir las experiencias relativas al aprendizaje virtual asistido por ordenador en la enseñanza de las matemáticas; (b) pronosticar las tecnologías y tendencias emergentes con relación al software matemático y a su integración en los cursos y materiales en línea; (c) explorar cómo los sistemas de gestión del aprendizaje contribuyen a la enseñanza de las matemáticas en línea; y (d) presentar las últimas investigaciones en este ámbito.

Este número especial de RUSC contiene cinco artículos, seleccionados tras un proceso de revisión anónima por pares entre treinta trabajos presentados. Los artículos seleccionados se presentan brevemente a continuación:

En «El papel de los exámenes formativos digitales en el aprendizaje virtual de matemáticas: un estudio de caso en los Países Bajos» de D. Tempelaar *et al.*, los autores analizan la importancia de la evaluación formativa desde el punto de vista del retorno de información que proporciona tanto a los estudiantes como a los profesores de cursos relacionados con las matemáticas, describiendo su propia experiencia al integrar este tipo de evaluación en plataformas de aprendizaje virtual.

El artículo «Conocimientos, destrezas y competencias: un modelo para aprender matemáticas en un entorno virtual», de G. Albano, plantea un tema emergente: cómo modelar con éxito las competencias relacionadas con las matemáticas en un entorno virtual. La autora presenta un modelo, basado en las representaciones de los conocimientos y las destrezas, que define una experiencia personalizada de aprendizaje para mejorar las competencias matemáticas de los estudiantes.

En «Teoría de la actividad y diseño de cursos virtuales: la enseñanza de matemáticas discretas en Ciencias de la Computación», J. L. Ramírez *et al.* presentan una interesante experiencia de aprendizaje virtual en un curso superior de matemáticas. El diseño del curso parte de dos planteamientos teóricos: mientras que el diseño de contenidos se basa en distintos conceptos de la teoría de la actividad, la interacción entre participantes se diseña según el modelo de enseñanza acelerada en equipo de Slavin.

El artículo «Formación a distancia para profesores de matemáticas: la experiencia de EarlyStatistics», de M. Meletiou-Mavrotheris y A. Serradó, analiza cómo pueden emplearse las herramientas de la información y la comunicación para mejorar la calidad y la eficacia de la formación de profesores de estadística. Los autores también exponen las lecciones que han aprendido tras la aplicación de EarlyStatistics, un curso de estadística en línea al que pueden matricularse los profesores europeos de educación primaria y primer ciclo de secundaria.

En «Los cuestionarios del entorno Moodle: su contribución a la evaluación virtual formativa de los alumnos de matemáticas de primer año de las titulaciones de Ingeniería», M. Blanco y M. Ginovart

describen su experiencia con el uso del módulo de exámenes de Moodle y analizan la utilidad de esta herramienta para la evaluación formativa de los estudiantes.

Este número contiene también una reseña de H. Cuypers sobre el libro *Teaching Mathematics Online: Emergent Technologies and Methodologies*, recientemente publicado por IGI Global.

Finalmente, queremos agradecer a los autores de este número su colaboración y su rápida respuesta a nuestras preguntas, lo que ha permitido finalizar la redacción del manuscrito a su debido tiempo. Deseamos expresar nuestra gratitud a la editora de RUSC, Elsa Corominas, por su ayuda y apoyo durante el proceso de edición de este monográfico.

Editores invitados del monográfico

Ángel A. Juan

ajuanp@uoc.edu

Profesor asociado de Simulación y Análisis de Datos en los Estudios de Informática de la Universitat Oberta de Catalunya (UOC)

Investigador del Internet Interdisciplinary Institute (IN³). Es doctor en Matemática Computacional Aplicada por la UNED (Universidad Nacional de Educación a Distancia) y posee un máster en Tecnologías de la información por la UOC y un máster en Matemática aplicada por la Universidad de Valencia. Hizo una estancia predoctoral en la Universidad de Harvard y una etapa posdoctoral en el Centro de Transporte y Logística del MIT. Entre sus áreas de interés se hallan la simulación-optimización, el análisis de datos educativos y el *e-learning* de las matemáticas. Ha publicado más de cien trabajos sobre estas disciplinas en revistas, libros y actas de ámbito internacional. Es miembro de la sociedad INFORMS. Su sitio web personal es <http://ajuanp.wordpress.com>.

Universitat Oberta de Catalunya (UOC)

Estudios de Informática, Multimedia y Telecomunicación

Rambla del Poblenou, 156

08018 Barcelona

España

María Antonia Huertas

mhuertass@uoc.edu

Profesora asociada de Matemáticas y Representación del Conocimiento en los Estudios de Informática de la Universitat Oberta de Catalunya (UOC)

María Antonia Huertas es doctora en Matemáticas por la Universidad de Barcelona. Tiene un posgrado en Sistemas de información y comunicación (UOC), y cursó estudios de posdoctorado en Lógica e Inteligencia Artificial en el Instituto de Lógica, Lenguajes y Computación de la Universidad de Amsterdam. Entre sus áreas de interés se cuentan la lógica, la representación del conocimiento, la enseñanza y el aprendizaje en línea y la enseñanza de las matemáticas. Ha publicado artículos y capítulos de monografías sobre estas disciplinas en revistas, libros y actas de ámbito internacional.

Universitat Oberta de Catalunya (UOC)

Estudios de Informática, Multimedia y Telecomunicación

Rambla del Poblenou, 156

08018 Barcelona

España

Hans Cuypers

hansc@win.tue.nl

Profesor asociado de Matemáticas Discretas de la Universidad Técnica de Eindhoven

Hans Cuypers estudió matemáticas en la Universidad Radboud de Nijmegen y en la Universidad de Utrecht, en la cual obtuvo un doctorado. En el año académico 1989-1990 fue profesor visitante en la Universidad del Estado de Michigan. Al año siguiente impartió docencia en la Universidad de Kiel (Alemania). Desde septiembre de 1991, Cuypers es profesor titular en la Universidad Técnica de Eindhoven, en la que actualmente dirige el grupo de Álgebra y Geometría Discretas. Sus principales intereses matemáticos son el álgebra y la geometría discretas, en especial la geometría (finita), así como la teoría de grupos, la teoría de gráficos, la teoría de diseños, la combinatoria algebraica, el álgebra abstracta y aplicada, y el álgebra computacional. Sus intereses más recientes son las matemáticas interactivas y el *e-learning*. Más en concreto, un programa informático aplicado a las matemáticas interactivas, el MathDox, se ha diseñado bajo su dirección. Cuypers ha publicado más de setenta trabajos y tres libros sobre las investigaciones que lleva a cabo. Su sitio web personal es <http://www.win.tue.nl/~hansc/>.

Technische Universiteit Eindhoven

Den Dolech 2

5612 AZ Eindhoven

Países Bajos

Birgit Loch

bloch@swin.edu.au

Director del Mathematics and Statistics Help Centre, Universidad de Tecnología Swinburne de Melbourne

Es catedrática de Educación Matemática. Posee un doctorado de Matemática Computacional (Universidad de Queensland) y un máster de Matemática e informática (Universidad de Duisburg-Essen). En la actualidad, sus intereses se centran en el aprendizaje en línea y en el uso efectivo de tecnologías para la enseñanza de las matemáticas, por ejemplo, tecnología de tableta, aprendizaje móvil y aplicaciones web 2.0, lo que incluye tecnologías para la enseñanza en clase, docencia en línea y prestación de estructuras de apoyo para estudiantes con una débil formación previa en matemáticas. También investiga el uso de tecnologías educativas por parte de profesores de distintas disciplinas. Su página web es <http://stan.cc.swin.edu.au/~lochb>.

Mathematics
Faculty of Engineering & Industrial Sciences
Swinburne University of Technology
PO Box 218
Hawthorn, Victoria, 3122
Australia



Los textos publicados en esta revista están sujetos –si no se indica lo contrario– a una licencia de Reconocimiento 3.0 España de Creative Commons. Puede copiarlos, distribuirlos, comunicarlos públicamente y hacer obras derivadas siempre que reconozca los créditos de las obras (autoría, nombre de la revista, institución editora) de la manera especificada por los autores o por la revista. La licencia completa se puede consultar en <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/es/deed.es>.

Monográfico «Aprendizaje virtual de las matemáticas»**ARTÍCULO**

El papel de los exámenes formativos digitales en el aprendizaje virtual de matemáticas: un estudio de caso en los Países Bajos

Dirk T. Tempelaar

D.Tempelaar@MaastrichtUniversity.nl

Facultad de Económicas y Empresariales de la Universidad de Maastricht

Boudewijn Kuperus

B.Kuperus@MaastrichtUniversity.nl

Facultad de Económicas y Empresariales de la Universidad de Maastricht

Hans Cuypers

hansc@win.tue.nl

Universidad de Tecnología de Eindhoven

Henk van der Kooij

h.vanderkooij@uu.nl

Instituto Freudenthal, Universidad de Utrecht

Evert van de Vrie

Evert.vandeVrie@ou.nl

Universidad Abierta de los Países Bajos

André Heck

A.J.P.Heck@uva.nl

Universidad de Ámsterdam

Fecha de presentación: julio de 2011
Fecha de aceptación: noviembre de 2011
Fecha de publicación: enero de 2012

Cita recomendada

TEMPELAAR, DirkT.; KUPERUS, Boudewijn; CUYPERS, Hans; Van der KOOIJ, Henk; Van de VRIE, Evert; HECK, André (2012). «El papel de los exámenes formativos digitales en el aprendizaje virtual de matemáticas: un estudio de caso en los Países Bajos». En: «Aprendizaje virtual de las matemáticas» [monográfico en línea]. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento (RUSC)*. Vol. 9, n.º 1, págs. 92-114 UOC. [Fecha de consulta: dd/mm/aa]. <<http://rusc.uoc.edu/ojs/index.php/rusc/article/view/v9n1-tempelaar-kuperus-cuypers-kooij-vrie-heck/v9n1-tempelaar-kuperus-cuypers-kooij-vrie-heck>>
ISSN 1698-580X

Resumen

La repetida evaluación diagnóstica y formativa es uno de los elementos clave del aprendizaje centrado en el alumno, ya que ofrece a los estudiantes un flujo continuo de información sobre su nivel de conocimientos en distintas materias y permite optimizar la posterior elección de actividades de aprendizaje. Cuando se integra en un sistema de aprendizaje virtual, la evaluación formativa puede convertir esta información en instantánea, lo que constituye un aspecto crucial para el retorno de información en un aprendizaje centrado en el alumno. Este estudio empírico sobre el papel de la evaluación formativa en el aprendizaje virtual de matemáticas se centra en la ventaja de integrar estas evaluaciones en un sistema nacional o estatal de exámenes. Estos exámenes proporcionan a los estudiantes una información crucial para su aprendizaje personal; suministran a los profesores los datos necesarios para llevar a cabo la planificación docente; y ofrecen a los encargados de elaborar los planes de estudio la información necesaria sobre las fortalezas y las debilidades de los estudiantes de cada programa y la necesidad de solucionar cualquier deficiencia. En último lugar, ofrecen información sobre la calidad de la enseñanza a escala nacional o estatal y son un medio para controlar su desarrollo a través del tiempo. Daremos ejemplos de todas estas ventajas según los datos del proyecto nacional ONBETWIST, que forma parte del programa de aprendizaje virtual holandés «Los exámenes y el aprendizaje basado en exámenes».

Palabras clave

evaluación intermedia, cursos puente, matemáticas, educación internacional heterogénea, reforma de los programas de matemáticas

The Role of Digital, Formative Testing in e-Learning for Mathematics: A Case Study in the Netherlands

Abstract

Repeated formative, diagnostic assessment lies at the heart of student-centred learning, providing students with a continuous stream of information on the mastery of different topics and making suggestions to optimize the choice of subsequent learning activities. When integrated into a system of e-learning, formative assessment can make that steering information instantaneous, which is a crucial aspect for feedback in student-centred learning. This empirical study of the role of formative assessment in mathematics e-learning focuses on the important merit of integrating these assessments into a system of state or national testing. Such tests provide individual students with crucial feedback for their personal learning, teachers with information for instructional planning, and curriculum designers with information on the strengths and weaknesses in the mastery states of students in the program and the need to accommodate any shortcomings. Lastly, they provide information on the quality of education at state or national level

and a means to monitor its development over time. We shall provide examples of these merits based on data from the national project ONBETWIST, part of the Dutch e-learning program Testing and Test-Driven Learning.

Keywords

interim assessment, bridging education, mathematics, heterogeneous international education, mathematics program reforms

Introducción

Según un reciente metaanálisis global de estudios empíricos sobre educación (Hattie, 2008), el retorno de información es uno de los mecanismos pedagógicos más efectivos. El retorno puede tener fuentes muy distintas y en un entorno de aprendizaje centrado en el alumno, la destreza o falta de destreza de los estudiantes para realizar una tarea específica es una parte importante de este retorno de información. La evaluación formativa es un medio para evaluar de forma repetida el nivel de un estudiante con el objetivo de establecer la siguiente etapa de aprendizaje, y su importancia está ampliamente documentada tanto en el aprendizaje tradicional (Donovan *et al.*, 2005; Pellegrino *et al.*, 2001) como en el aprendizaje virtual (Juan *et al.*, 2011). Recientemente, ha habido cierto interés en combinar sistemáticamente la evaluación formativa con el uso de exámenes a escala nacional o estatal. En Estados Unidos, se denomina «evaluación intermedia» (Beatty, 2010). Según el National Research Council de Estados Unidos, las evaluaciones intermedias «valoran los conocimientos del alumno respecto a los mismos objetivos curriculares que se valoran en las evaluaciones anuales a gran escala, pero se realizan con mayor frecuencia y están diseñadas para que los profesores puedan recabar un mayor número de datos sobre el rendimiento de los alumnos para la planificación docente. A menudo, las evaluaciones intermedias están explícitamente diseñadas con el mismo formato que los exámenes estatales y no solo pueden utilizarse para orientar la docencia, sino también para predecir los resultados del estudiante en los exámenes estatales, proporcionar datos sobre un programa o un sistema determinado, u ofrecer información diagnóstica sobre un alumno en particular. Sin embargo, los investigadores subrayan la distinción entre evaluaciones intermedias y evaluaciones formativas porque, en general, estas últimas suelen integrarse en actividades docentes e incluso pueden no ser reconocidas como evaluaciones por los alumnos...» (Beatty, 2010, pág. 6).

Los procesos de evaluación continua son por lo menos tan esenciales en los cursos de matemáticas como en otras disciplinas (Donovan *et al.*, 2005; Taylor, 2008; Trenholm *et al.*, 2011). Aparte de los exámenes que evalúan el progreso y de los que evalúan el rendimiento, ambos reconocidos como importantes herramientas de evaluación, en la enseñanza de matemáticas, los exámenes formativos funcionan como evaluaciones de «transición» o de «asignación», especialmente en el primer año de educación universitaria (Taylor, 2008). En su estudio comparativo sobre distintas experiencias a largo plazo de enseñanza de matemáticas en línea, Trenholm *et al.* (2011) presentan cuatro casos prácticos, que indican, todos ellos, que la evaluación continua es uno de los factores de éxito. Sin embargo, si-

que habiendo pocos estudios empíricos sobre los efectos de la evaluación formativa en la enseñanza de matemáticas (Wang *et al.*, 2006).

En los Países Bajos, SURF, una organización holandesa que trabaja en colaboración con instituciones de educación superior e institutos de investigación para lograr innovaciones en materia de TIC, puso en marcha el programa nacional «Los exámenes y el aprendizaje basado en exámenes» para estimular el diseño y el uso de evaluaciones intermedias, entre otras cosas. Parte de este programa es el proyecto ONBETWIST (<http://www.onbetwist.org/>), centrado en el aprendizaje de matemáticas, tanto en la etapa de transición de la escuela secundaria a la universidad como en el primer año de universidad, mediante herramientas virtuales y con el apoyo de evaluaciones intermedias. El proyecto ONBETWIST se basa en programas anteriores, como NKBW (<http://www.nkbw.nl/>) y TELMME (www.telmme.tue.nl), ambos gestionados por SURF, y S.T.E.P. (www.transitionalstep.eu/) y MathBridge (<http://www.math-bridge.org/>) de la Unión Europea. Todos ellos se centran principalmente en el diseño y el uso de herramientas virtuales de matemáticas para facilitar la transición de la escuela secundaria a la universidad, por ejemplo para estudiantes internacionales que se han educado en sistemas cuyas premisas difieren notablemente de las del plan de estudios de la universidad. En resumen, el principal objetivo de estas iniciativas es ofrecer cursos puente cuando los conocimientos previos de los estudiantes son demasiado heterogéneos para iniciar inmediatamente una enseñanza universitaria ordinaria. Pueden encontrarse reseñas de algunas de estas iniciativas en Brants *et al.* (2009), Rienties *et al.* (2011) y Tempelaar *et al.* (2008). En nuestro trabajo complementario, Tempelaar *et al.* (2011), documentamos los resultados de un curso puente en el contexto del proyecto NKBW para una universidad holandesa. Esta universidad es un exponente característico de la internacionalización europea de la educación superior, ya que los estudiantes de otros países representan más del 70% del total. Aunque la mayoría no proceden de países situados a una gran distancia, la educación secundaria que han recibido es muy heterogénea. Los sistemas de enseñanza secundaria, incluso en países vecinos como los Países Bajos, Alemania y Bélgica, son muy distintos entre sí y generan una gran diversidad en los conocimientos y las aptitudes matemáticas de los estudiantes potenciales. A causa de esta heterogeneidad, que ofrece la posibilidad de demostrar las ventajas de la evaluación intermedia, es necesario tender puentes entre la escuela secundaria y la educación universitaria. Mientras que nuestro artículo complementario se centra en las clases de refresco, concretamente en el diseño de un curso de verano voluntario de matemáticas, este artículo investiga el uso de exámenes formativos digitales con objetivos diagnósticos en la misma población de estudiantes internacionales. El contexto empírico de este estudio se refiere al uso de exámenes de acceso elaborados en el marco de los proyectos NKBW y ONBETWIST (la versión completa de los exámenes puede encontrarse en la base de datos de preguntas abiertas ONBETWIST, disponible en <http://moodle.onbetwist.org/>), en los que los sujetos del estudio empírico fueron seleccionados en una universidad que se caracteriza por un alumnado con fuerte orientación internacional y clases numerosas.

El objetivo de este trabajo es sumarse al escaso número de estudios empíricos existentes sobre los efectos de la evaluación formativa en la enseñanza de matemáticas, centrándose en su papel en el primer año de educación universitaria, donde la evaluación, aparte de su función para determinar el progreso y el rendimiento, desempeña un importante papel adicional de transición o asignación.

El curso de verano de matemáticas (Universidad de Maastricht)

Dado que el curso puente suele llevarse a cabo antes de la evaluación intermedia, es necesario realizar una breve introducción para comprender su impacto en el resultado de los exámenes. El curso voluntario de matemáticas se estructura alrededor de una guía adaptada de autoaprendizaje basada en tests: el módulo universitario de álgebra ALEKS (Assessment and LEarning in Knowledge Spaces). Esta tecnología utiliza una infraestructura informática basada en servidor y constituye un recurso útil para complementar el aprendizaje individualizado a distancia. El sistema ALEKS (véase también Doignon *et al.*, 1999; Falmange *et al.*, 2004; Tempelaar *et al.*, 2006) combina exámenes de diagnóstico con una guía práctica de autoaprendizaje virtual en varias materias propias de la enseñanza superior. Además, ofrece un módulo de instrucción a los profesores para que puedan supervisar el progreso del alumno tanto en la modalidad de evaluación como en la de aprendizaje.

La modalidad de evaluación de ALEKS se inicia con un test inicial para determinar los conocimientos del estudiante. Tras esta evaluación, ALEKS proporciona un informe gráfico en el que se indica su nivel en todas las áreas curriculares. El informe también hace recomendaciones sobre las áreas o conceptos que exigen estudio adicional; clicando en cualquiera de estos conceptos o unidades, se accede de forma inmediata al módulo de aprendizaje. Véase la figura 1 para una muestra de este informe.

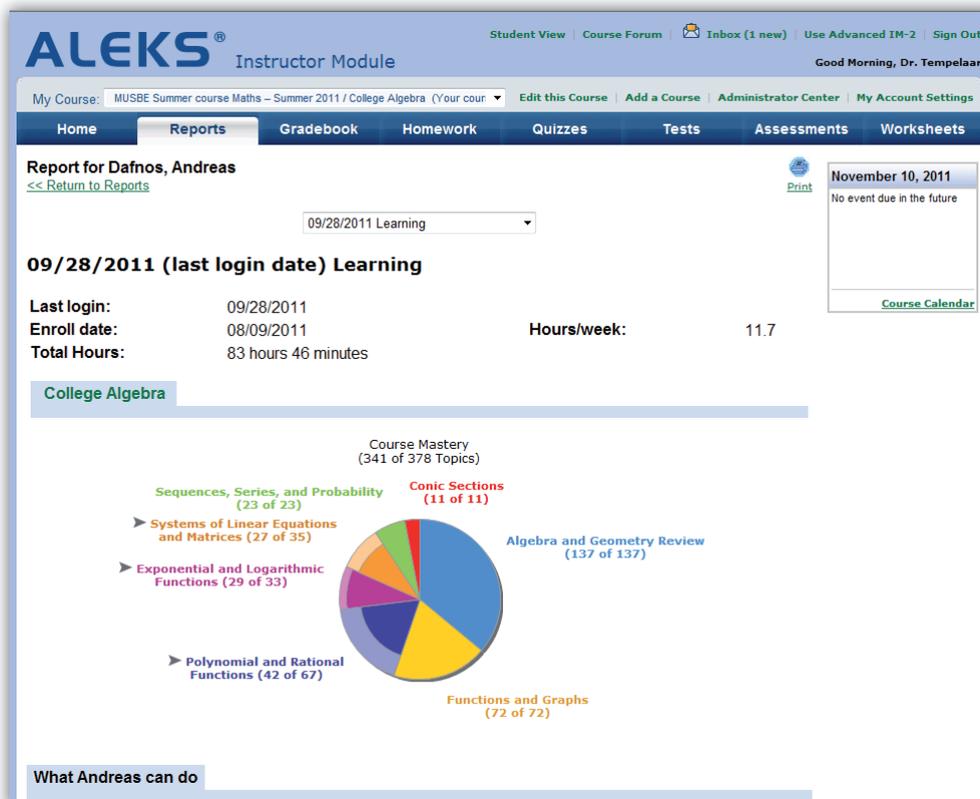


Figura 1. Muestra parcial de un informe de aprendizaje de ALEKS

Entre las características de este módulo de evaluación destacan las siguientes: todos los problemas requieren que el estudiante produzca una información auténticamente matemática, todos los ejercicios son generados algorítmicamente y todas las preguntas se originan a partir de un repertorio cuidadosamente diseñado de ítems, lo que garantiza una cobertura exhaustiva de la materia. La evaluación es adaptativa: la elección de una nueva pregunta se basa en el agregado de respuestas a todas las preguntas previas. Como resultado, el nivel de un estudiante puede evaluarse a partir de un pequeño subconjunto de todas las preguntas posibles (en general de 15 a 25). Tanto los principios del curso de verano como el uso de la guía interactiva de autoaprendizaje ALEKS se describen con mayor detalle en Tempelaar *et al.* (2011). Un aspecto relevante para este estudio es que el curso de verano no forma parte del plan de estudios; al ofrecerse antes de iniciar el programa, la participación sólo puede ser voluntaria. En consecuencia, pueden distinguirse tres grupos de estudiantes: los que no participaron en el curso de verano (*NoSC*), los que aprobaron el curso de verano (*SCPass*) y los que se matricularon en el curso de verano pero no alcanzaron el nivel requerido (*SCFail*). Para diferenciar entre los participantes que aprobaron el curso de verano y los que lo suspendieron, se utilizó un nivel de dominio del 55% de las lecciones contenidas en el módulo ALEKS.

Participantes

Este estudio se basa en la investigación de cinco cohortes, aproximadamente del mismo tamaño, compuestas por estudiantes de primer curso de una Facultad de Económicas y Empresariales del sur de los Países Bajos (años académicos 2007-2008, 2008-2009, 2009-2010, 2010-2011 y 2011-2012). Los programas que ofrece esta facultad difieren de la educación universitaria europea en dos aspectos importantes: una enseñanza centrada en el alumno y basada en la resolución de problemas y una fuerte orientación internacional (los programas se ofrecen en inglés y atraen a una gran cantidad de estudiantes de otros países). De los 3.900 estudiantes de estas cinco cohortes, el 71% eran originarios de otros países (mayoritariamente europeos, y sólo algo más del 50% de países de habla alemana) y el 29% eran holandeses. De estos, el 36,7% eran mujeres y el 63,3%, hombres. La edad media de los estudiantes era de 20,12 años, con un rango de 17-31 años, aunque la mayoría no tenían más de 20: la edad media era de 19,82 años. Todos estaban matriculados en un programa de económicas y empresariales.

Una gran mayoría de estos estudiantes (3.014) realizaron por lo menos un examen diagnóstico de acceso. Una pequeña minoría participó en el curso de verano voluntario: un total de 622 estudiantes, 267 de los cuales aprobaron y 335 suspendieron (no superaron el nivel de dominio del 55% de ALEKS).

El curso de verano acabó a finales de agosto y los estudios internacionales de Empresariales y Económicas dieron comienzo a principios de setiembre. Ambos programas se iniciaron con dos cursos integrados de ocho semanas (medio semestre) basados en la resolución de problemas, cada uno con una carga de estudio del 50%. El primer curso es una introducción a la teoría organizativa y el marketing. El segundo curso, llamado Métodos Cuantitativos I o QM1, es una introducción a las

matemáticas y la estadística. La primera actividad del curso QM1 es realizar un test inicial de matemáticas. El contenido del curso QM1 tiene en cuenta que la gran heterogeneidad en el dominio de las matemáticas, debida a que los alumnos han sido educados en distintos sistemas nacionales y con distintos niveles de conocimientos, exige un alto grado de repetición. La mayoría de los temas que se tratan son una repetición de los contenidos propios de los dos últimos cursos de la escuela secundaria holandesa (cursos 11-12), es decir, un nivel básico de matemáticas, con alguna sesión dedicada a nuevas materias. No existe solapamiento entre QM1 y el curso de verano, ya que el contenido de este abarca los temas que se enseñan en los niveles de 7 a 10 de la enseñanza secundaria.

La principal causa de la heterogeneidad en el dominio de las matemáticas es el nivel alcanzado en la escuela secundaria. En general, los países europeos distinguen dos niveles: el básico y el avanzado. El 28,1% de los participantes en este estudio habían estudiado secundaria en el sistema nacional holandés, llamado VWO (educación preuniversitaria), y habían cursado matemáticas en uno de los niveles básicos (A1 o A1,2) o en uno de los niveles avanzados (B1 o B1,2). El nivel más bajo, A1, prepara a los estudiantes para acceder a licenciaturas de Arte y Humanidades, pero no les capacita para realizar estudios de Ciencias Sociales, como Empresariales o Económicas, por lo que, en este caso, sólo existía la posibilidad de haber cursado el nivel básico superior: DutchA12 (18,6%). Los dos niveles restantes son avanzados: DutchB1 (4,5%, preparación para realizar estudios de Biología) y DutchB12 (2,3%, preparación para realizar estudios técnicos). Debido a la reforma de la enseñanza de matemáticas en los Países Bajos, los estudiantes de nivel avanzado de las dos últimas cohortes (2010-2011 y 2011-2012) cursaron un nivel avanzado indiferenciado: DutchB (5,4%). Una mayoría de estudiantes (53,1%) se había formado en un país de habla alemana. Este sistema educativo también posee dos niveles de enseñanza de matemáticas, el nivel avanzado o *Leistungskurs*, y el nivel básico o *Grundkurs*. Los alumnos que cursan el nivel básico tienen la posibilidad de escoger matemáticas como una de las cuatro materias del examen final o *Abitur* (los alumnos de nivel avanzado están obligados a ello). Como consecuencia, hay un nivel avanzado: GermanLK (13,9%) y dos niveles básicos: GermanGKA (25,0%) y GermanGKnA (13,8%) (los alumnos de esta última categoría son los que optan por no examinarse de matemáticas en el examen final). También en este caso, en las dos últimas cohortes, aparece una categoría nueva aunque muy reducida de estudiantes a causa de la reforma de la enseñanza de matemáticas en algunos estados alemanes: la fusión del nivel básico y del nivel avanzado en un único nivel indiferenciado: GermanUndif (0,8%). En comparación con otras universidades europeas, existe una proporción relativamente alta de estudiantes que han hecho el bachillerato internacional (IB) (6,9%). En el bachillerato internacional puede cursarse un nivel avanzado (HL) y dos niveles básicos (SL y StudiesSL), lo que genera las categorías IBMathHL (1,5%), IBMathSL (5,1%) e IBMathSSL (0,3%, excluido de este estudio por su reducido tamaño). El resto de los estudiantes (11,9%) han sido educados en un sistema que no pertenece ni a los Países Bajos ni a los países de habla alemana. Para esta última categoría, se pidió a los participantes que clasificaran su nivel de matemáticas de acuerdo con dos categorías: nivel avanzado (*major*) o nivel básico (*minor*). Los resultados en esta categoría son OthMathMajor (6,2%) y OthMathMinor (5,7%).

Evaluaciones intermedias

En este estudio investigamos el papel de dos evaluaciones intermedias. Ambas están diseñadas para utilizarse en la transición de la escuela secundaria a la universidad y, por esta razón, se denominan evaluaciones de acceso en los dos proyectos para los que fueron diseñadas. Mantendremos, pues, esta convención.

El primer examen de acceso, llamado NKBW, se concibió en el marco del proyecto SURF NKBW. Estos exámenes, diseñados conjuntamente por representantes de la enseñanza secundaria y terciaria, se basan en una opinión compartida sobre los conocimientos que deben tener los futuros estudiantes al finalizar la escuela secundaria y acceder a la universidad. Es decir, son a la vez exámenes de entrada y de salida. Han sido diseñados para evaluar los distintos niveles de matemáticas que se alcanzan en la educación secundaria; en este caso, el examen corresponde al nivel básico superior. El examen contiene 16 preguntas y abarca cuatro grandes temas: conocimientos de álgebra (*AlgebraicSkills*), logaritmos y exponenciales (*Log&power*), ecuaciones (*Equations*) y diferenciación (*Differentiation*). En este estudio, nos centramos principalmente en los conocimientos algebraicos, puesto que, al parecer, las deficiencias en este ámbito son determinantes en los resultados académicos del primer año de universidad, y es una materia que no suele incluirse en la mayoría de cursos de refresco que se imparten al inicio de los estudios universitarios. Los cursos de refresco, en general, incluyen contenidos del último ciclo de la escuela secundaria, mientras que el álgebra se enseña en el primer ciclo o incluso en la enseñanza primaria. El álgebra es una parte importante del curso de verano. Los exámenes de acceso NKBW se implantaron en el año 2009 y las cohortes de 2009-2010 y de 2010-2011 han tenido la oportunidad de realizarlos.

El otro examen de acceso, llamado 3TU, es el diseñado por los socios del proyecto TELMME: las tres universidades politécnicas holandesas. Este examen se basa en el nivel avanzado de matemáticas adquirido en la educación secundaria, por lo que las preguntas correspondientes a la diferenciación e integración fueron eliminadas del cuestionario. Las categorías restantes evalúan los conocimientos de álgebra, logaritmos y exponenciales, y ecuaciones, con un total de 14 ítems. Elaboradas para estudiantes con un nivel más alto, las preguntas poseen un nivel de dificultad ligeramente superior que los ítems del examen NKBW y están más orientadas al dominio de competencias, mientras que la comprensión conceptual es algo más prominente en el NKBW. El examen 3TU se administró a las cinco cohortes de estudiantes de primer año de la Universidad de Maastricht, lo que ofrece una base más amplia para analizar su evolución en el tiempo.

Resultados

Formación previa y exámenes de acceso 3TU y NKBW

La figura 2 indica la evolución de las calificaciones de álgebra (*AlgebraicSkills*) en los exámenes diagnósticos de acceso según la formación previa recibida. En este apartado nos centraremos básica-

mente en los conocimientos de álgebra, ya que son una parte esencial de este proyecto. Sin embargo, el análisis de las calificaciones totales arroja resultados similares, con patrones idénticos, aunque ligeramente inferiores.

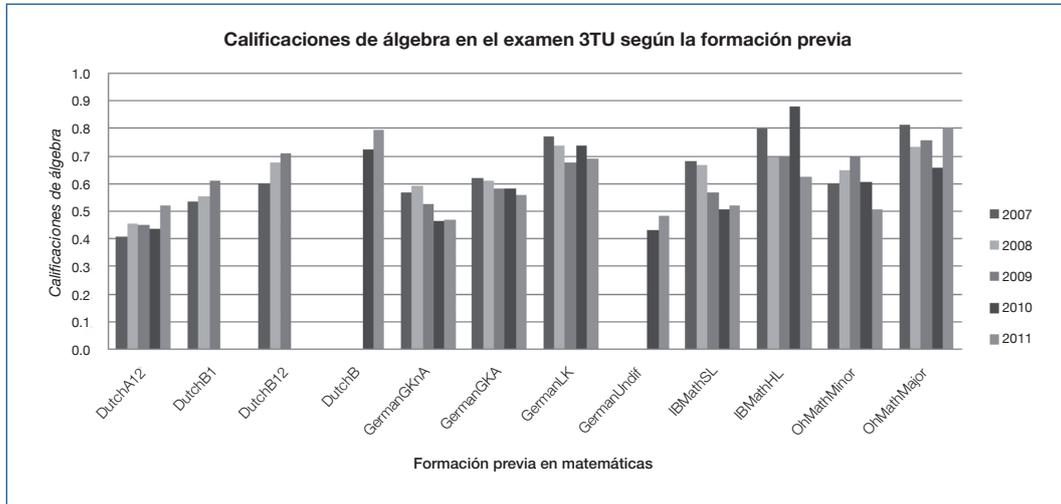


Figura 2. Calificaciones de álgebra (*AlgebraicSkills*) en el examen de acceso 3TU según la formación previa en matemáticas

Cuando se realizaron por primera vez los exámenes de acceso, en 2007, nos sorprendió detectar un rendimiento inferior a la media en los estudiantes nacionales (holandeses) en comparación con los estudiantes de otros países. Por ejemplo, los estudiantes holandeses con el nivel más alto de matemáticas, DutchB12, no llegaban a una puntuación del 60%, frente al 62% de los estudiantes alemanes con un nivel básico (GermanGKA) y al 77% de los que tenían una formación de nivel avanzado (GermanLK). Huelga decir que las puntuaciones obtenidas por los estudiantes holandeses de niveles menos avanzados eran incluso inferiores: 41% para DutchA12 y 53% para DutchB1. De hecho, se situaban en la parte más baja de todos los tipos de enseñanza previa. Sin embargo, dada la razón de ser de nuestro proyecto nacional de transición, no era un resultado tan sorprendente. De hecho, daba sentido al proyecto, ya que ilustraba las deficiencias de la escuela secundaria holandesa para preparar el acceso a la universidad, especialmente en materia de conocimientos algebraicos, no sólo en sentido absoluto, sino también en sentido relativo, cuando se comparaban los estudiantes holandeses con los estudiantes de otros países.

Desde 2007, han tenido lugar varios acontecimientos dignos de mención. La reforma educativa en el campo de las matemáticas ha mejorado el rendimiento de los estudiantes de nivel avanzado año tras año, tanto en el nivel B1 como en el nivel B12. La fusión de ambos niveles en una única vía, DutchB, ha sido otro paso adecuado para mejorar los conocimientos de álgebra: los estudiantes de esta vía unificada lograron unas puntuaciones del 72% y el 79%, muy superiores a las alcanzadas hasta entonces, y más próximas a las de los estudiantes alemanes de nivel avanzado (74%, GermanLK). Sin embargo, la puntuación de los estudiantes holandeses de nivel básico permaneció en la cota más baja.

En los tres tipos de bachillerato internacional, se observan datos radicalmente distintos. Las calificaciones de los niveles avanzados son relativamente altas y estables (se observa una mayor va-

riabilidad en IBMathHL, aunque quizá ello se deba simplemente al carácter variable de la muestra, a causa del tamaño reducido de este grupo, 15 por término medio). La categoría OthMathMajor parece mostrar una puntuación menor, pero, al ser una categoría residual, es un dato difícil de interpretar. Sin embargo, el grado de conocimientos entre los estudiantes de nivel básico indica una disminución en el tiempo tanto para los estudiantes alemanes como para los que han cursado el bachillerato internacional, con datos más marcados para los grupos GermanGKnA e IBMathSL. Como consecuencia, el nivel de conocimientos en todas las vías de enseñanza básica de las matemáticas es preocupantemente bajo –entre el 40% y el 50%– y coincide con los niveles existentes en los Países Bajos en su momento. En contraste con los resultados obtenidos gracias a la reforma educativa holandesa, la reforma que se ha llevado a cabo en Alemania (unificación de las distintas vías para diseñar un sistema indiferenciado) parece no haber sido tan eficaz: las calificaciones no son en ningún caso superiores, sino más bien inferiores, que las obtenidas por los estudiantes que siguen el nivel básico que aún está vigente en otros estados. Sin embargo, este grupo es, hasta cierto punto, demasiado reducido para confiar en sus resultados.

La valoración de la reforma educativa alemana también depende del tipo de examen de acceso que se aplique: al realizar el NKBW, más basado en la comprensión de conceptos que en la simple adquisición de conocimientos, los alumnos del sistema indiferenciado alemán obtuvieron una puntuación a medio camino entre los niveles básicos y los avanzados (60% frente a 59% y 69%). Además, la reforma educativa holandesa se valora de otro modo: el nuevo grupo DutchB obtiene una puntuación similar, o incluso ligeramente inferior, a la obtenida el año anterior por los estudiantes de nivel avanzado. Además de estar más orientado a los conceptos, el nuevo examen de acceso NKBW es mucho más fácil que el 3TU (las puntuaciones son uniformemente más elevadas) y menos discriminatorio entre el nivel básico y el avanzado: véase la figura 3.

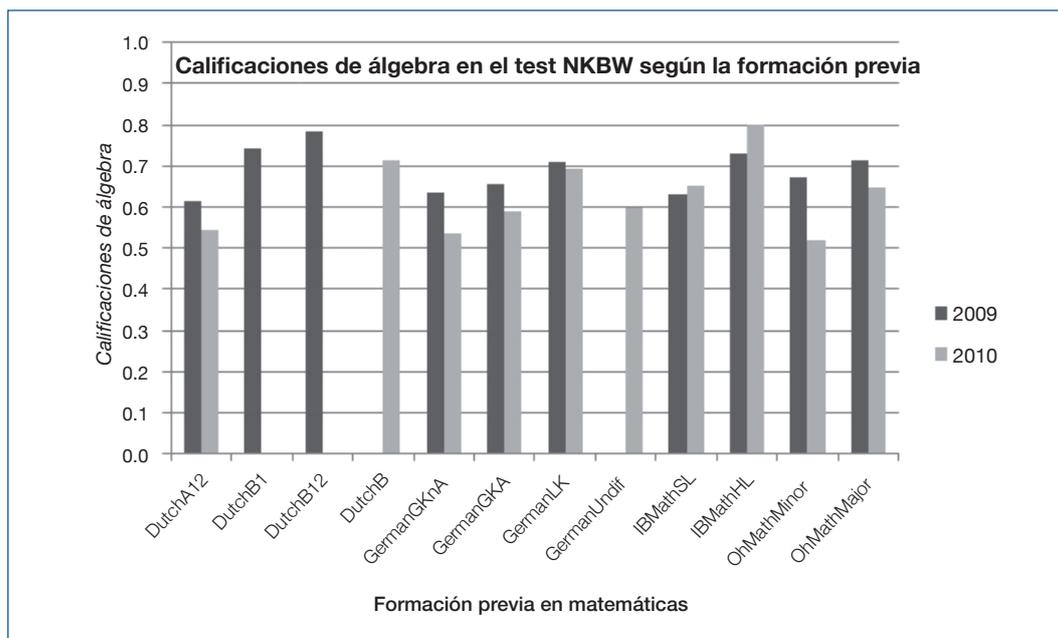


Figura 3. Calificaciones de álgebra (*AlgebraicSkills*) en el test de acceso NKBW según la formación previa en matemáticas

Las puntuaciones obtenidas en dos preguntas del examen de acceso 3TU ilustran las diferencias en la enseñanza de matemáticas de distintos países con relación al dominio de competencias algebraicas muy elementales. Véanse las figuras 4 y 5, donde también se incluyen las preguntas.

AlgebraicSkillsNo2: $\frac{x^2 - x}{x^2 - 2x + 1}$ equivale a: a. $\frac{x}{1-x}$ b. $\frac{1}{2x-1}$ c. $\frac{-x}{-2x+1}$ d. $\frac{x}{x-1}$

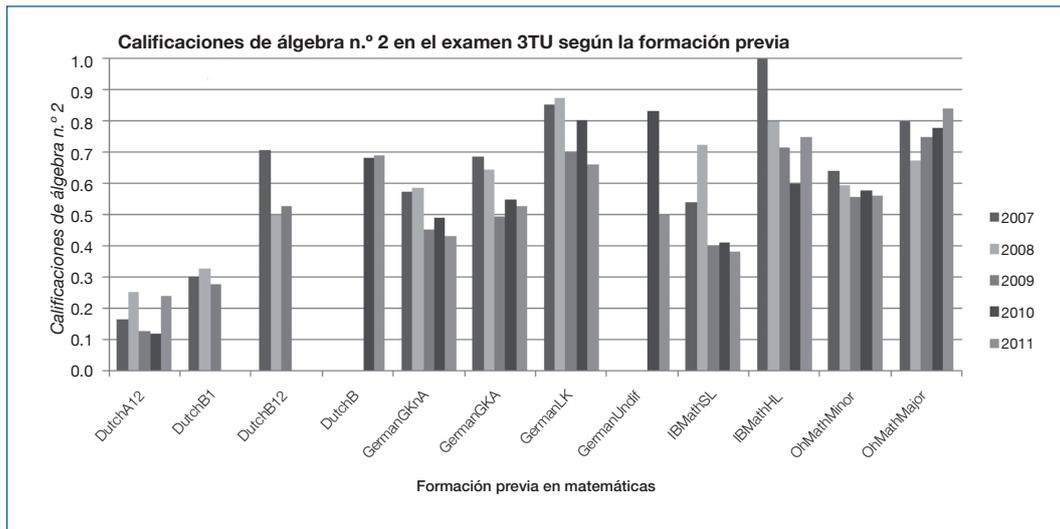


Figura 4. Calificaciones de álgebra n.º 2 (*AlgebraicSkillsNo2*) en el examen de acceso 3TU según la formación previa en matemáticas

AlgebraicSkillsNo3: $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1}$ equivale a: a. $\frac{2x}{2x-2}$ b. $\frac{2x^2}{x^2-1}$ c. $\frac{2x^2}{1-x^2}$ d. $\frac{2x}{x^2-1}$

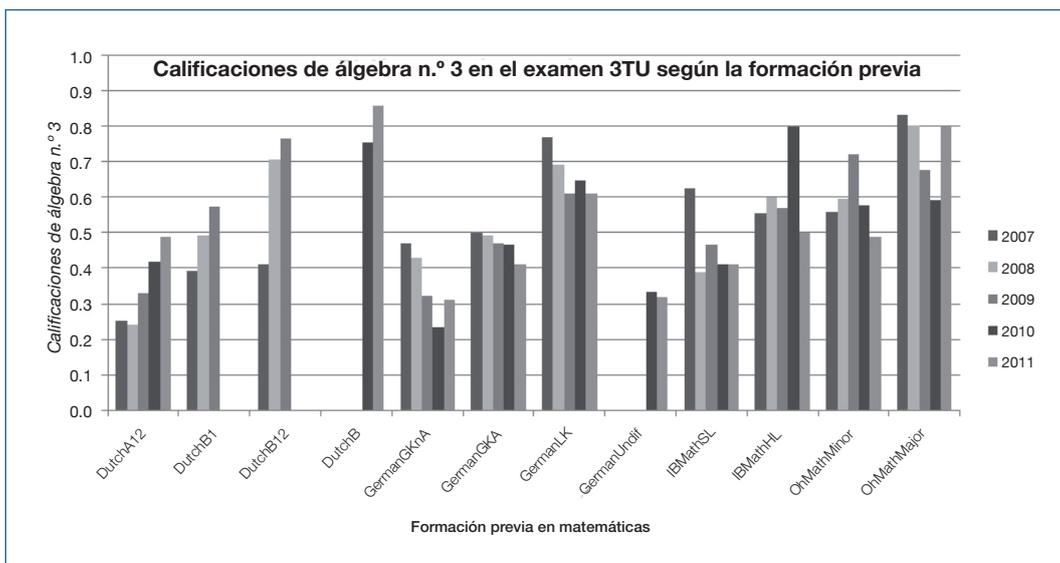


Figura 5. Calificaciones de álgebra n.º 3 (*AlgebraicSkillsNo3*) en el examen de acceso 3TU según la formación previa en matemáticas

Aunque, en alguna combinación de grupos y años académicos, las puntuaciones obtenidas en *AlgebraicSkillsNo3* no van más allá del mero nivel de adivinanza, por lo menos se observa una mejora en el dominio de las matemáticas a lo largo del tiempo, especialmente en los estudiantes holandeses, que en 2007 eran los peores. En contraste, las puntuaciones obtenidas en *AlgebraicSkillsNo2* en el nivel básico holandés son incluso más bajas que el ratio de adivinanza y no dan indicios de mejorar con el tiempo: los alumnos siguen estando fuertemente atraídos por la tercera opción, aparentemente siguiendo la estrategia de eliminar los términos al cuadrado que aparecen a la vez en el numerador y en el denominador. Además de ilustrar las notables diferencias entre los sistemas educativos europeos y el sistema holandés, ambas preguntas, pero especialmente la primera, también demuestran las importantes diferencias de conocimientos entre los alumnos de nivel básico y los de nivel avanzado. Es un aspecto especialmente destacable, puesto que el álgebra suele incluirse en el primer ciclo de la escuela secundaria tanto para los estudiantes de matemáticas de nivel básico como avanzado.

Participación en el curso de verano y exámenes de acceso 3TU y NKBW

Dado que el curso puente de matemáticas que ofrece este programa se lleva a cabo durante el verano, la participación es voluntaria, lo que permite comparar los resultados obtenidos en los exámenes de acceso en tres categorías: alumnos que han aprobado el curso de verano, alumnos que han suspendido el curso de verano, y alumnos que no se han matriculado al curso de verano. Las figuras 6 y 7 presentan las calificaciones obtenidas en el apartado de álgebra en ambos exámenes y, como material de referencia, las calificaciones obtenidas en otros dos temas del examen de entrada NKBW. En la figura 6 puede verse claramente como el hecho de haber aprobado el curso de verano tiene efectos notables en el resultado. El verdadero efecto es incluso mayor de lo que indica la figura, ya que los estudiantes con una formación previa de nivel básico están sobrerrepresentados en el grupo de alumnos del curso de verano, mientras que los estudiantes con una formación de nivel avanzado están sobrerrepresentados en el grupo de no participantes (de acuerdo con el objetivo del curso de verano). Parte de esta sobrerrepresentación es visible en las puntuaciones de los participantes que no aprobaron el curso de verano: en tres de las cinco cohortes, su nivel de conocimientos es significativamente menor que el de los no participantes, lo que indica que inicialmente estos alumnos tomaron la decisión correcta al matricularse al curso puente, pero que no fueron capaces de materializar esta decisión.

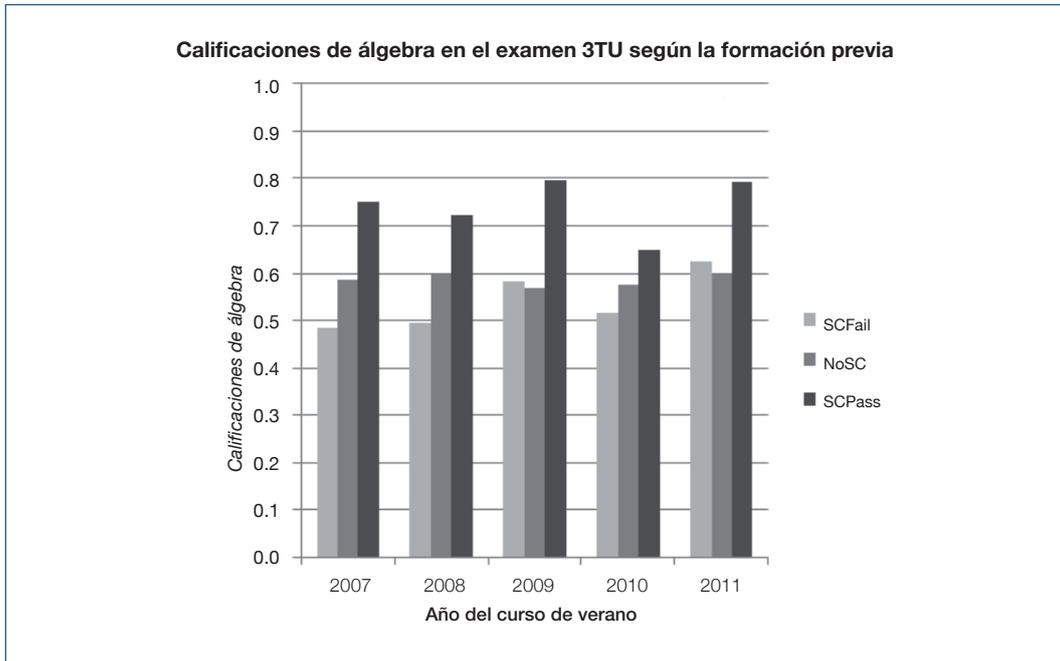


Figura 6. Nivel de álgebra (*AlgebraicSkills*) en el examen de acceso 3TU según la participación en el curso de verano

El primer panel de la figura 7 confirma la impresión de que los efectos son más débiles cuando se considera el apartado de álgebra (*AlgebraicSkills*) del examen de acceso NKBW. El segundo panel indica que las preguntas de la sección de logaritmos y exponenciales (*Logs&Powers*) están fuertemente afectadas por el curso puente. Y el tercer panel se añade para verificar la adecuación de este tipo de comparaciones. El tercer panel contiene los ítems del apartado de diferenciación (*Differentiation*), que no se incluyeron en el curso de verano. Para que las comparaciones entre los tres grupos sean válidas, no se espera ningún impacto del curso puente en este tercer panel, tal como se observa en este caso.

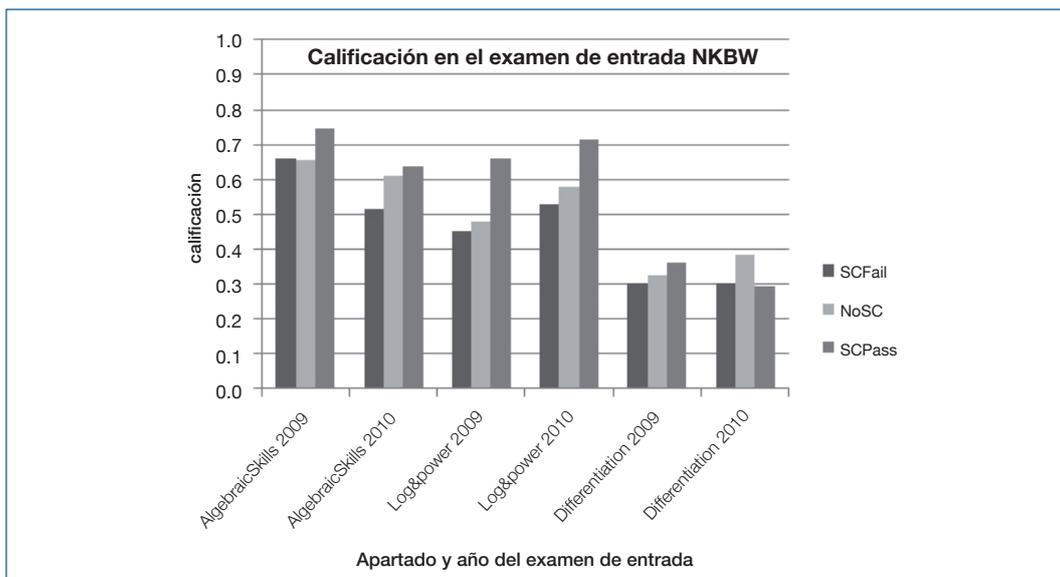


Figura 7. Nivel de álgebra (*AlgebraicSkills*), logaritmos y exponenciales (*Logs&Powers*) y diferenciación (*Differentiation*) en el examen de entrada NKBW, según la participación en el curso de verano

¿La participación en el curso de verano ayuda a los estudiantes a mejorar su rendimiento académico, además de permitirles obtener mejores puntuaciones en exámenes puramente formativos como los dos exámenes de entrada? La respuesta es claramente afirmativa, tal como demuestran las figuras 8 y 9. La figura 8 presenta las calificaciones del examen final en dos apartados: matemáticas y estadística (máxima puntuación: 20). Los efectos de haber participado y aprobado el curso de verano son sustanciales en ambas secciones, aunque también en este caso se espera que los verdaderos efectos sean mayores que los visibles, dado que los estudiantes más débiles están sobrerrepresentados en el curso de verano. Las diferencias en la calificación del examen final de matemáticas entre los alumnos que han aprobado el curso de verano y los que no han participado en el mismo son estadísticamente significativas (1%) en todos los años académicos, excepto en 2008 y 2011. Las diferencias en la calificación del examen final de estadística son estadísticamente significativas (1%) en los años académicos 2007 y 2009.

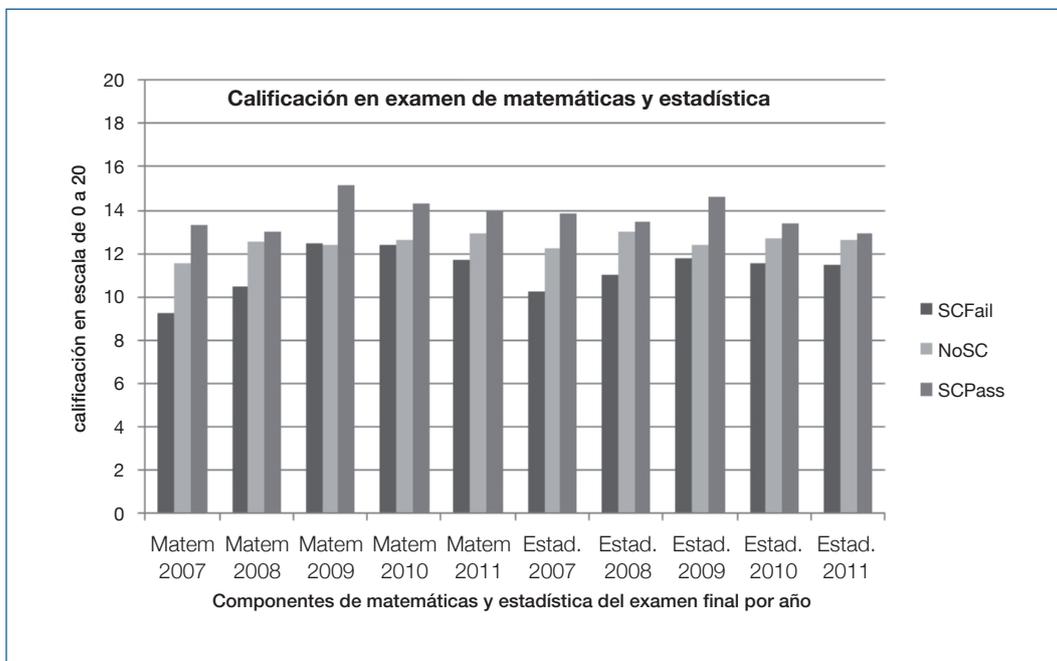


Figura 8. Calificación en el examen final de matemáticas y el examen final de estadística, según la participación en el curso de verano

Los mayores efectos son visibles en la figura 9, que presenta los índices de aprobados del curso QM. Dado que la mayoría de estudiantes de la región obtienen una puntuación del 55% (exigida para aprobar), los efectos de la participación en el curso de verano son más fuertes en los índices de aprobados que en la puntuación absoluta. Las diferencias en los índices de aprobados entre los alumnos que han aprobado el curso de verano y los que no han participado en el mismo son estadísticamente significativas (1%) en todos los años académicos, excepto en 2008, en que el nivel de significación se situó en el 10%.

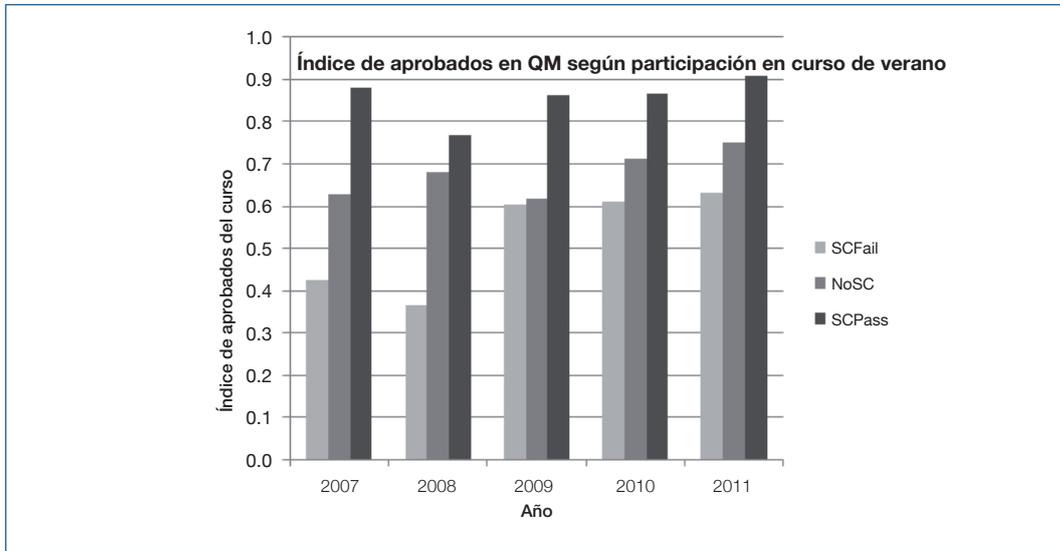


Figura 9. Índice de aprobados en QM, según la participación en el curso de verano

Formación previa y participación en el curso de verano, y examen de acceso 3TU

Para poder desentrañar los efectos combinados de la formación previa en matemáticas y la participación en el curso de verano, es necesario analizar las repercusiones del curso puente separadamente para cada tipo de formación previa. La figura 10 presenta los resultados de una muestra de este análisis.

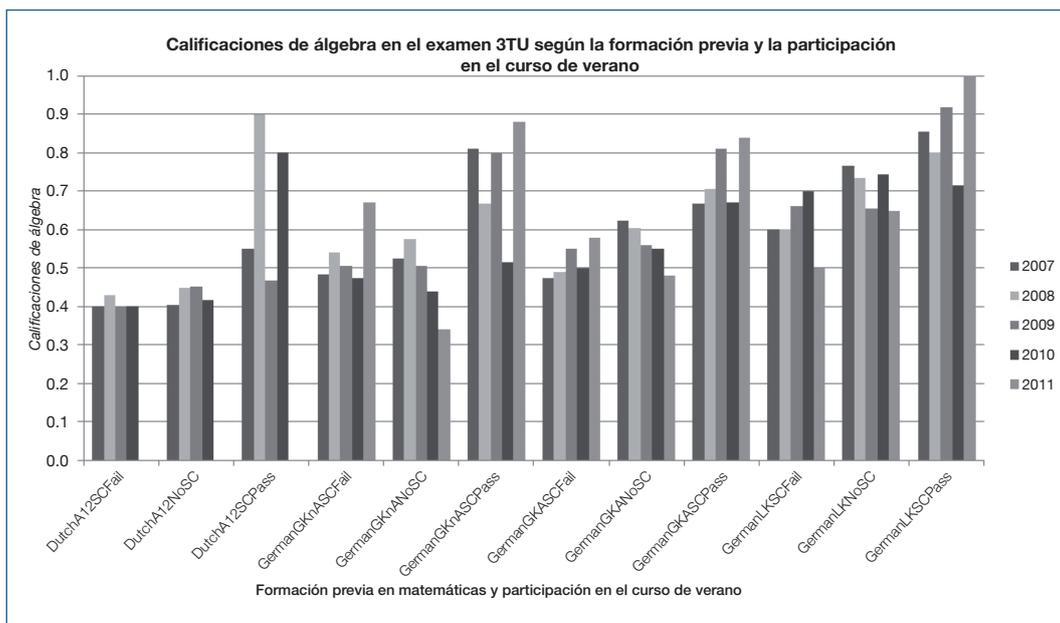


Figura 10. Calificación de álgebra (*AlgebraicSkills*) en el examen de entrada 3TU, según la formación previa y la participación en el curso de verano

Dado que sólo una minoría de estudiantes participaron en el curso puente, la comparación se limita a aquellas categorías previas que tenían un número suficiente de estudiantes (cinco) en cada uno de los grupos: no participantes en el curso de verano (*NoSC*), participantes suspendidos (*SCFail*) y participantes aprobados (*SCPass*). Las categorías de formación previa que satisfacen esta limitación son DutchA12, GermanGKnA, GermanGKA y GermanLK. Salvo este último grupo, los demás pertenecen a los niveles básicos de enseñanza de matemáticas. Los estudiantes alemanes están sobrerrepresentados, en parte porque muchos dejan sus estudios al finalizar la escuela secundaria y entran en la universidad tras una interrupción de dos o más años. Estos estudiantes, aunque tengan una formación de nivel avanzado, consideran el curso de verano como una posibilidad de refrescar conocimientos. Para las cuatro categorías de formación previa, la figura 10 presenta tres columnas correspondientes a los alumnos que suspendieron el curso de verano, a los alumnos que no participaron en el mismo y a los que lo aprobaron. Tal como era de esperar, observamos que la puntuación obtenida en el examen de entrada demuestra tanto el efecto de la formación previa como el efecto de la participación en el curso de verano. El efecto correspondiente al curso de verano parece ser más débil en los alumnos con una formación avanzada de matemáticas, lo que no resulta sorprendente: a parte de refrescar conocimientos, estos alumnos no obtienen demasiados beneficios de su participación en el curso de verano. Los efectos más significativos aparecen en los estudiantes con una formación previa de nivel básico. A parte de estas diferencias sistemáticas, existe una gran variabilidad de muestreo, a causa del reducido tamaño de la muestra, que dificulta la interpretación de datos desagregados.

Análisis de clústeres de las puntuaciones obtenidas en el examen de acceso 3TU

Otra manera muy distinta de analizar los datos obtenidos en los exámenes de acceso es examinar grupos de estudiantes con patrones similares de puntuación en distintos ítems del test. Realizamos esta observación mediante el análisis de clústeres: la figura 11 contiene una representación gráfica de los resultados de este análisis.

El análisis se lleva a cabo conjuntamente para todas las veces que se ha realizado el examen añadiendo las cinco cohortes. En este análisis, cada estudiante es asignado a uno de los tres clústeres; los clústeres se calculan para maximizar y minimizar la variación entre sí. El análisis de clústeres puede repetirse por cada grupo de formación previa; en este caso, nos limitaremos a los resultados del análisis aplicado conjuntamente a todos los grupos. En la mayoría de estos análisis, da buenos resultados distinguir tres clústeres distintos, que casi siempre son fáciles de interpretar. Como puede verse en la figura 11, los clústeres representan a los estudiantes que han obtenido mayor puntuación, los que han obtenido menor puntuación y un grupo de estudiantes con una puntuación intermedia. Este grupo es, con diferencia, el más interesante, especialmente porque en algunos ítems estos estudiantes tienen la misma puntuación que los de nivel alto, y en otros su puntuación se acerca más a los de nivel bajo. En la figura 11, los estudiantes del clúster medio obtienen puntuaciones similares a los del clúster alto en ítems pertenecientes al apartado de álgebra (*AlgebraicSkills*), con un tercer ítem (que

se analiza posteriormente) como excepción potencial. En cambio, obtienen la misma puntuación, o incluso menor, que los estudiantes de nivel bajo en los ítems correspondientes al apartado de logaritmos y exponenciales (*Log&power*). Vuelven a obtener una puntuación más elevada en el apartado de ecuaciones (*Equations*), especialmente en el tercer ítem, que les exige encontrar los ceros para una ecuación estándar de segundo grado. Los patrones de desviación se presentan en el segundo ítem, que actúa como una pregunta trampa: se pide el número de ceros de un polinomio de tercer grado en el que coinciden dos ceros. Y la última pregunta, en la que además de resolver una ecuación, los estudiantes han de saber cómo encontrar una línea tangente. En resumen, los estudiantes del clúster medio actúan al mismo nivel que los estudiantes del clúster alto cuando las preguntas pueden resolverse mediante una aplicación directa de las estrategias de solución estándar que han aprendido en la escuela secundaria, pero retroceden al nivel del clúster bajo cuando estas se desvían del patrón habitual de los ejercicios realizados en clase.

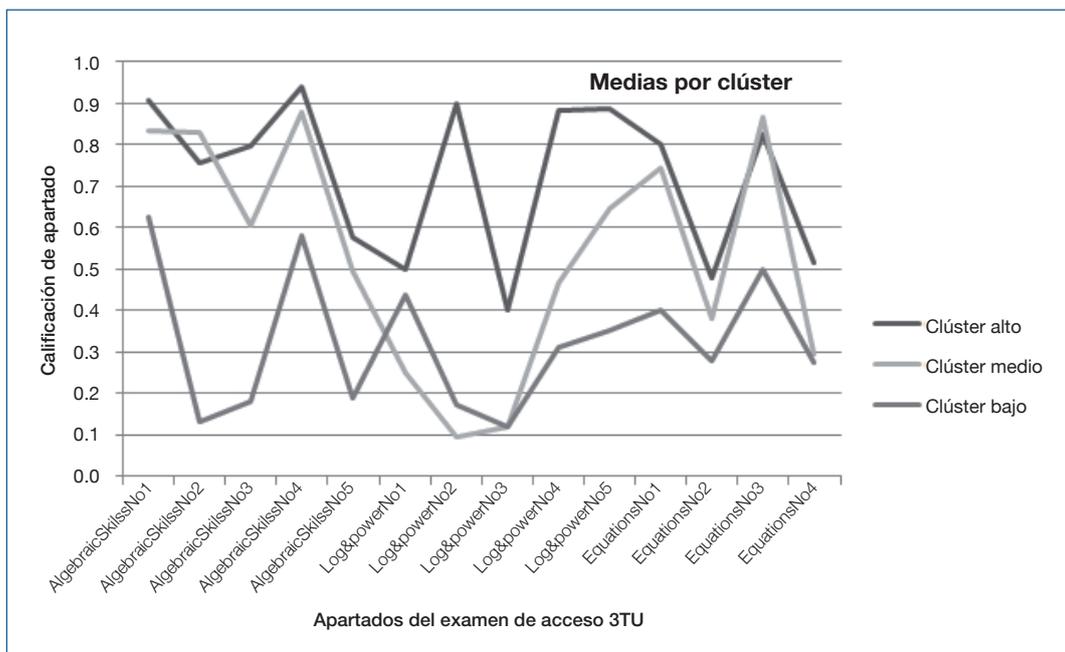


Figura 11. Agrupaciones de estudiantes en los clústeres alto, medio y bajo según los exámenes 3TU realizados a lo largo de cinco años

Conclusiones y discusión

El uso repetido de exámenes formativos de diagnóstico es un elemento clave de cualquier programa de enseñanza virtual de matemáticas, ya que ofrece el retorno de información necesario para el óptimo seguimiento del aprendizaje individual. El uso de evaluaciones «intermedias» para este propósito ofrece otras ventajas adicionales. En primer lugar, permite identificar las fortalezas y las debilidades de las distintas formaciones previas para los programas que atraen a un gran número de estudiantes internacionales que se han educado en sistemas escolares muy distintos. En segundo lugar, cuando

la heterogeneidad del flujo de entrada se concilia implementando cursos de transición, se desactivan adecuadamente los efectos de la educación previa y de los cursos de refresco. Finalmente, permite distinguir distintos clústeres de estudiantes con varios niveles de matemáticas. Por otro lado, además de ofrecer una información importante a cada estudiante, proporciona datos de gran relevancia para la planificación didáctica, diseño de planes de estudio, implementación de cursos puente, distribución de grupos homogéneos e incluso normas de admisión. Los análisis estadísticos deductivos indican que los estudiantes de primer año que utilizan estas evaluaciones formativas y participan en el curso de verano (basado en esta estrategia de evaluación formativa) obtienen resultados sustancialmente mejores (con significación estadística) que los estudiantes que no participan en el mismo.

Tanto los alumnos como los profesores valoran muy positivamente la posibilidad de acceder a una evaluación formativa en línea. Sin embargo, resulta difícil evaluar el desarrollo del aprendizaje y la asignación a un curso independientemente de los logros obtenidos. Como en muchos otros programas, la evaluación formativa en línea se introduce paralelamente a los exámenes en línea en forma de cuestionarios de bajo perfil. La consideración positiva de la evaluación formativa no puede separarse, pues, de la apreciación de los cuestionarios de bajo perfil ni de la disponibilidad de herramientas en línea para prepararlos.

Las futuras investigaciones deberán centrarse en dos temas. En primer lugar, los exámenes formativos, especialmente los de acceso, ofrecen un retorno esencial con relación al nivel de matemáticas de alumnos con distinta formación previa. Debido a la reciente reforma educativa que se ha llevado a cabo en la escuela secundaria de Holanda, la monitorización longitudinal del nivel de matemáticas en futuros estudiantes procedentes de distintos sistemas de educación secundaria seguirá ejerciendo una importante función. En segundo lugar, las futuras investigaciones deberán centrarse en el papel que pueden desempeñar los exámenes formativos tanto para ofrecer un retorno de información continuo e instantáneo a los estudiantes, como para lograr que la educación sea un proceso más adaptativo, con el objetivo –en ambos casos– de optimizar el proceso de aprendizaje.

Agradecimientos

Los autores quieren agradecer a Dutch SURF la financiación del proyecto ONBETWIST como parte del programa «Los exámenes y el aprendizaje basado en exámenes», que ha permitido realizar este estudio de investigación.

Bibliografía

- BEATTY, A. (ponente) (2010). *Best Practices for State Assessment Systems Part I: Summary of a Workshop*. Washington, D. C.: National Academy Press.
- BRANTS, L.; STRUYVEN, K. (2009). «Literature review on online remedial education: A European perspective». *Industry and Higher Education*. Vol. 23, nº 4, págs. 269-276.

- DOIGNON, J. P.; FALMAGNE J. C. (1999). *Knowledge spaces*. Berlín: Springer.
- DONOVAN, M. S.; BRANSFORD, J. D. (eds.) (2005). *How Students Learn: Mathematics in the Classroom*. Washington, D. C.: National Academy Press.
- FALMANGE, J.; COSYN, E.; DOIGNON, J.; THIÉRY, N. (2004). *The assessment of knowledge, in theory and in practice*. [Fecha de consulta: 1 de diciembre de 2010].
<http://www.aleks.com/about_aleks/Science_Behind_ALEKS.pdf>
- HATTIE, J. (2008). *Visible Learning. A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. Londres: Routledge.
- JUAN, A. [et al.]. (2011). «Teaching Mathematics Online in the European Area of Higher Education: An instructors' point of view». *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. Vol. 42, nº 2, págs. 141-153.
- PELLEGRINO, W.; CHUDOWSKY, N.; GLASER, R. (eds.) (2001). *Knowing What Students Know: The Science and Design of Educational Assessment*. Washington, D. C.: National Academy Press.
- RIENTIES, B. [et al.] (2011). «Describing the current transitional educational practices in Europe» [artículo presentado]. *Interactive Learning Environments*.
- TAYLOR, J. A. (2008). «Assessment in First year university: A model to manage transition». *Journal of University Teaching & Learning Practice*. Vol. 5, nº 1.
- TEMPELAAR, D. T.; RIENTIES, B. (2008). «Remediating summer classes and diagnostic entry assessment in mathematics to ease the transition from high school to university». *Proceedings of Student Mobility and ICT: Can E-LEARNING overcome barriers of Life-Long Learning*. Maastricht: FEBA ERD Press. Págs. 9-17.
- TEMPELAAR, D. T. [et al.] (2006). «An online summer course for prospective international students to remediate deficiencies in math prior knowledge: The case of ALEKS». En: M. Seppällä; O. Xambo; O. Caprotti (eds.). *Proceedings of WebALT2006*. Technical University of Eindhoven: Oy WebALT Inc. Págs. 23-36.
<http://webalt.math.helsinki.fi/webalt2006/content/e31/e157/e161/6_zDR2j2uQcB.pdf>
- TEMPELAAR, D. T. [et al.] (2011). «Mathematics bridging education using an online, adaptive e-tutorial: preparing international students for higher education». En: A. A. Juan; M. A. Huertas; S. Trenholm; C. Steegmann (eds.). *Teaching Mathematics Online: Emergent Technologies and Methodologies*. IGI Global.
- TRENHOLM, S. [et al.] (2011). «Long-Term Experiences in Mathematics E-Learning in Europe and the USA». En: A. A. Juan; M. A. Huertas; S. Trenholm; C. Steegmann (eds.), *Teaching Mathematics Online: Emergent Technologies and Methodologies*. Hershey, PA: IGI Global. Págs. 236-257.
- WANG, K. H.; WANG, T. H.; WANG, W. L.; HUANG, S. C. (2006). «Learning styles and formative assessment strategy: enhancing student achievement in Web-based learning». *Journal of Computer Assisted Learning*. Vol. 22, nº 3, págs. 207-217.

Sobre los autores

Dirk T. Tempelaar

D.Tempelaar@MaastrichtUniversity.nl

Facultad de Económicas y Empresariales de la Universidad de Maastricht

Es catedrático del Departamento de Economía Cuantitativa de la Facultad de Economía y Empresariales de la Universidad de Maastricht (Países Bajos). Su principal actividad académica se centra en los métodos cuantitativos: cursos introductorios de matemáticas y estadística para estudiantes de Empresariales, Económicas y Humanidades. Ha diseñado cursos preparatorios de matemáticas y estadística dirigidos a futuros estudiantes y cursos de refresco en línea que se han realizado cada verano desde 2003. Ha participado activamente en varios proyectos nacionales y europeos asociados al aprendizaje en línea de matemáticas. Coordina la unidad de investigación de efectos del proyecto SURF *Onbetwist*.

Maastricht University School of Business & Economics

Tongersestraat 53 - Room A2.20

6211 LM Maastricht

Países Bajos

Boudewijn Kuperus

B.Kuperus@MaastrichtUniversity.nl

Facultad de Económicas y Empresariales de la Universidad de Maastricht

Es estudiante del máster de Econometría e investigación de operaciones en la Universidad de Maastricht y profesor auxiliar de Estadística. Tras iniciar la carrera de Economía, realizó estudios de Biomedicina y Psicología, lo que le permitió obtener varios años de experiencia y disponer de una segunda licenciatura. Recientemente ha vuelto a interesarse por las matemáticas y la economía.

Maastricht University School of Business & Economics

Tongersestraat 53 - Room A2.20

6211 LM Maastricht

Países Bajos

Hans Cuypers

hansc@win.tue.nl

Universidad de Tecnología de Eindhoven

Es profesor asociado de Matemáticas de la Universidad de Tecnología de Eindhoven. Dirige el grupo de Matemática discreta. Además de sus investigaciones en la teoría de conjuntos y la geometría discreta y finita, también está interesado en las matemáticas aplicadas a la informática, especialmente en los documentos matemáticos interactivos. Bajo su dirección, se ha desarrollado el software MathDox, un sistema abierto para presentar documentos matemáticos y ejercicios interactivos. Ha participado activamente en varios proyectos nacionales y europeos dedicados al aprendizaje virtual de matemáticas, y es coordinador general del proyecto SURF *Onbetwist*.

Technische Universiteit Eindhoven

Den Dolech 2

5612 AZ Eindhoven

Países Bajos

Henk van der Kooij

h.vanderkooij@uu.nl

Instituto Freudenthal, Universidad de Utrecht

Es miembro del Instituto Freudenthal para la educación de ciencias y matemáticas (Flsme) de la Universidad de Utrecht. Sus principales intereses son la enseñanza de las matemáticas en el último ciclo de la educación secundaria, la posibilidad de tender puentes entre la escuela secundaria y la educación superior, la evaluación de las competencias matemáticas y las matemáticas en el lugar de trabajo. Tras ejercer como profesor de un instituto de secundaria durante 15 años, ha pasado a encargarse del desarrollo de planes de estudio en Flsme. También ha sido director de los exámenes nacionales de ciencias naturales y matemáticas para la Junta Nacional de Exámenes de los Países Bajos. Coordina la unidad de diseño de exámenes del proyecto SURF *Onbetwist*.

Universiteit Utrecht

P.O. Box 80125

3508 TC Utrecht

Países Bajos

Evert van de Vrie

Evert.vandeVrie@ou.nl

Universidad Abierta de los Países Bajos

Es profesor de Matemáticas en la Universidad Abierta de los Países Bajos. Sus principales intereses son las matemáticas discretas y la criptografía, que forman parte del plan de estudios de la licenciatura de Informática. Participa en proyectos y actividades para ayudar a los estudiantes que acceden a la universidad con un conocimiento insuficiente de matemáticas. En la Universidad Abierta coordina los cursos de preparación de matemáticas. En los Países Bajos, ha participado en varios proyectos de este tipo en colaboración con otras universidades holandesas. Participa en *MathBridge*, un proyecto europeo que realiza cursos de refresco en línea de matemáticas y coordina la unidad de experimentos educativos del proyecto SURF *Onbetwist*.

Open Universiteit

P.O. Box 2960

6401 DL Heerlen

Países Bajos

André Heck

A.J.P.Heck@uva.nl

Universidad de Ámsterdam

Es profesor de Matemáticas de la Universidad de Ámsterdam y experto en el diseño de exámenes de matemáticas en el entorno Maple T.A. Autor del libro *Introduction to Maple*. A partir de esta experiencia, ha colaborado en varios proyectos nacionales dedicados a los exámenes en línea y al aprendizaje virtual de matemáticas, como los proyectos *WebSpijkeren* y *MathMatch*, y coordina la unidad de divulgación del proyecto SURF *Onbetwist*.

Universiteit van Amsterdam (UvA)

Spui 21

1012 WX Amsterdam

Países Bajos



Los textos publicados en esta revista están sujetos –si no se indica lo contrario– a una licencia de Reconocimiento 3.0 España de Creative Commons. Puede copiarlos, distribuirlos, comunicarlos públicamente y hacer obras derivadas siempre que reconozca los créditos de las obras (autoría, nombre de la revista, institución editora) de la manera especificada por los autores o por la revista. La licencia completa se puede consultar en <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/es/deed.es>.

Monográfico «Aprendizaje virtual de las matemáticas»**ARTÍCULO**

Conocimientos, destrezas y competencias: un modelo para aprender matemáticas en un entorno virtual.

Dr Giovannina Albano

galbano@unisa.it

Facultad de Ingeniería, Universidad de Salerno

Fecha de presentación: julio de 2011

Fecha de aceptación: noviembre de 2011

Fecha de publicación: enero de 2012

Cita recomendada

ALBANO, Giovannina (2012). «Conocimientos, destrezas y competencias: un modelo para aprender matemáticas en un entorno virtual». En: «Aprendizaje virtual de las matemáticas» [monográfico en línea]. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento (RUSC)*. Vol. 9, n.º 1, págs. 115-129 UOC. [Fecha de consulta: dd/mm/aa].

<<http://rusc.uoc.edu/ojs/index.php/rusc/article/view/v9n1-albano/v9n1-albano>>

ISSN 1698-580X

Resumen

Este trabajo se centra en la competencia matemática en un entorno de aprendizaje virtual. La competencia es algo complejo, que trasciende el nivel cognitivo, e implica factores metacognitivos y no cognitivos. Exige de los estudiantes su dominio sobre conocimientos y destrezas y, por lo menos, sobre algunas capacidades medibles, a las que Niss llama «competencias específicas» [*competencies*]. El modelo que presentamos utiliza las innovadoras características tecnológicas de la plataforma IWT para definir una experiencia de aprendizaje personalizado que permite a los estudiantes aumentar su competencia en matemáticas. Se basa en la representación de conocimientos y destrezas mediante metáforas gráficas y en un marco teórico para modelar la competencia

Palabras clave

aprendizaje de matemáticas, conocimientos, destrezas, competencia, competencia específica, aprendizaje virtual

A Knowledge–Skill–Competencies e–Learning Model in Mathematics

Abstract

This paper concerns modelling competence in mathematics in an e-learning environment. Competence is something complex, which goes beyond the cognitive level, and involves meta-cognitive and non-cognitive factors. It requires students to master knowledge and skills and at least some measurable abilities, which Niss calls 'competencies'. We present a model that exploits the innovative technological features of the IWT platform to define a personalised learning experience allowing students to increase their competence in mathematics. It is based on knowledge and skills representations by means of a graph metaphor, and on a theoretical framework for modelling competence.

Keywords

mathematics learning, knowledge, skill, competence, competency, e-learning

1. Introducción

La competencia matemática es algo complejo, difícil de definir, que exige del estudiante su dominio sobre conocimientos y destrezas, y también, por lo menos, sobre algunas capacidades medibles, a las que Niss denomina «competencias específicas» [*competencies*] (se detallan en el apartado 2). En este estudio abordamos el problema de la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas en un entorno virtual, prestando especial atención a las competencias específicas. La autora tiene una amplia experiencia en cursos de grado mixtos asistidos por la plataforma de aprendizaje virtual IWT (*Intelligent Web Teacher*). Esta plataforma permite crear y proporcionar a cada alumno unidades de aprendizaje (UL) personalizadas mediante representaciones explícitas de los conocimientos (véase la sección 3). Estas representaciones se han mejorado para distinguir claramente los conocimientos y las destrezas (Albano, 2011a). La modelación de competencias específicas requiere un enfoque diferente y más trabajo, puesto que se basa en conocimientos y destrezas cuyos niveles cognitivo y metacognitivo trasciende. En este estudio, partiendo del supuesto de que el aprendizaje de competencias específicas requiere la implicación y la participación del estudiante en actividades de aprendizaje (AA) apropiadas, proponemos un modelo que permite generar y actualizar *plantillas* adecuadas para el aprendizaje de una determinada competencia. Además, presentamos un marco de trabajo completo sobre cómo debería funcionar el modelo de conocimientos, destrezas y competencias en el contexto de la IWT. En concreto, las características de la IWT que permiten la personalización del aprendizaje se pueden utilizar para personalizar las AA, de modo que los alumnos se impliquen y participen en aquellas actividades que mejor se adaptan a su estado de conocimientos individual y a sus preferencias de aprendizaje.

El estudio se organiza de la forma siguiente: en los apartados 2 y 3 se presenta una visión general de los marcos teórico y tecnológico, respectivamente; en el apartado 4 se describe un modelo de conocimientos y destrezas para el aprendizaje de matemáticas basado en una representación

gráfica multinivel del área de conocimientos; en el apartado 5 se describe un modelo de competencias, enmarcado en la investigación sobre educación matemática de grado de Dubinsky [RUME, del inglés *Research on Undergraduate Mathematics Education*]; en la sección 6 se muestra cómo funcionan y se integran los tres modelos; en la sección 7 se presenta un análisis de ventajas e inconvenientes; en la sección 8 se sugieren futuras investigaciones; en la sección 9 se presentan algunas conclusiones.

2. Marco teórico

Muchos autores (Weinert, 2001; D'Amore, 2000; Godino, J.; Niss, 2003) han intentado explicar qué es la competencia matemática. Según Niss (2003), «tener competencia matemática significa tener conocimientos matemáticos, comprender, hacer y utilizar las matemáticas». Todos los autores mencionados coinciden en que no es algo que se enseñe sino un objetivo a largo plazo del proceso de enseñanza y aprendizaje. Se trata de algo complejo y dinámico, que requiere unos conocimientos declarativos-proposicionales y procedimentales del área de matemáticas, es decir, conocimientos (saber) y destrezas (saber hacer), pero que al mismo tiempo trasciende los factores cognitivos. La tabla 1 muestra una lista de algunos de los elementos básicos que distinguen los conocimientos de las destrezas.

Tabla 1. Clasificación de los principales tipos de contenidos matemáticos

<i>Tipo de contenido</i>	<i>Conocimientos</i>	<i>Destrezas</i>
Definición	Proposición	Procedimiento/cálculo
Teorema Teorema	Proposición Prueba	Procedimiento/cálculo Procedimiento/cálculo
Algoritmo Ejemplo (contraejemplo)	Descripción	Desempeño del algoritmo
Ejercicio Problemas		Habilidades de cálculo Resolución estándar de problemas

Para que la noción de competencia matemática sea más fáctica, podemos considerar una competencia matemática específica [*competency*] como un elemento constitutivo de la competencia matemática importante, claramente reconocible y distinto (Niss, 2003). Niss distingue ocho competencias matemáticas cognitivas, que han sido adoptadas en el programa PISA 2009 (OCDE, 2009). Corresponden a las matemáticas relacionales (Skemp, 1976), que consisten en razonar, pensar, problemas y procesos. Ello se refleja en la «comprensión relacional», que significa saber por qué. La tabla siguiente muestra dichas competencias específicas distribuidas en dos grupos (Niss, 2003):

Tabla 2. Grupos de competencias matemáticas cognitivas

<i>Capacidad de formular y contestar preguntas en matemáticas y con matemáticas</i>	<i>Capacidad de manejar las herramientas y el lenguaje matemáticos</i>
Pensar matemáticamente	Representar objetos y situaciones matemáticas
Plantear y resolver problemas matemáticos	Utilizar símbolos y formalismos matemáticos
Modelar matemáticamente	Comunicar con matemáticas y sobre matemáticas
Razonar matemáticamente	Utilizar herramientas y recursos matemáticos

3. Marco tecnológico

Desde una perspectiva tecnológica, nos referimos a la plataforma IWT, que utilizamos en nuestras prácticas. Se trata de una plataforma virtual de educación a distancia, equipada con un sistema de gestión de contenidos para el aprendizaje (LCMS, según las siglas en inglés de *Learning Content Management System*), y un sistema de aprendizaje adaptativo. Esta plataforma permite experiencias de enseñanza y aprendizaje personalizadas y colaborativas mediante la representación explícita de conocimientos y el uso de técnicas y herramientas de la web 2.0. Creada en el Polo di Eccellenza sulla Conoscenza in Italia y comercializada por MOMA¹, esta plataforma, que no es de acceso libre, ha sido adoptada por varias universidades e institutos de secundaria italianos.

3.1. Principales características de la plataforma IWT

En la IWT el proceso de aprendizaje se puede personalizar a través de tres modelos: conocimientos, alumno, didáctica.

El modelo de conocimientos (MC) puede representar inteligiblemente el ordenador y la información asociada al material didáctico disponible. Utiliza:

- 1) Ontologías: permiten la formalización de áreas de conocimientos mediante la definición de conceptos y la relación entre conceptos. Consisten en gráficos, cuyos nodos son los conceptos del área de conocimientos y cuyos extremos representan las relaciones «FormaParte», «EsRequeridoPor» y «OrdenRecomendado». Están diseñados por expertos en la materia que utilizan un editor específico disponible en la IWT (figura 1).
- 2) Objetos de aprendizaje (OA): consisten en «cualquier recurso digital que pueda ser reutilizado como ayuda para el aprendizaje» (Wiley, 2000).

1. <http://www.momanet.it/index.php?lang=en>

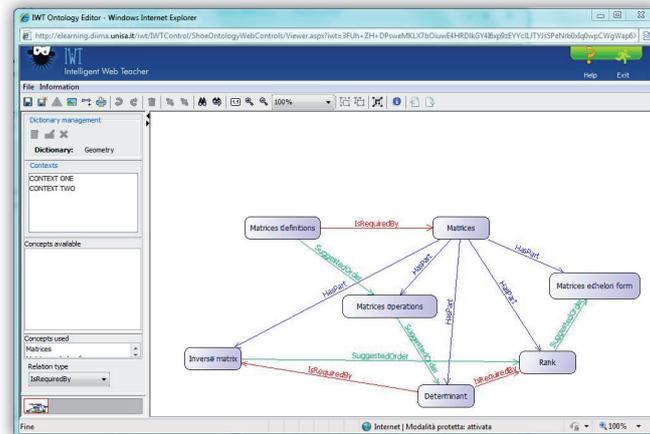


Figura 1. Ejemplo de ontología sobre matrices

3) Metadatos: información descriptiva con la que se etiqueta cada uno de los OA para relacionarlos con uno o más conceptos en una ontología (figura 2, caja roja). Otras informaciones se refieren a parámetros educativos como tipología de los OA (vídeo, texto, diapositiva, etc.), contexto (instituto, universidad, formación, etc.), tipo de interacción (expositiva, activa, mixta) y nivel, dificultad y densidad semántica de esta.

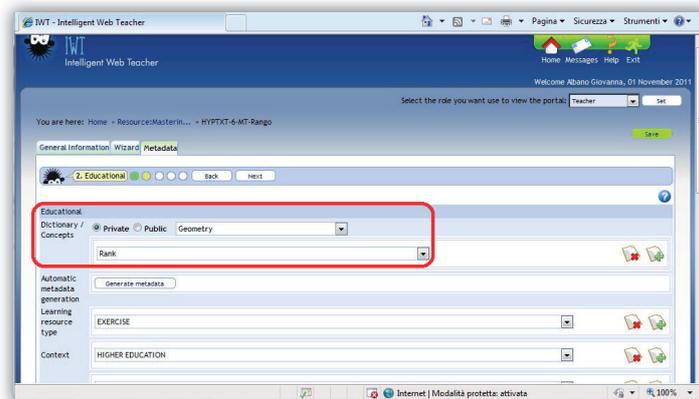


Figura 2. Ejemplo de metadatos (zoom sobre Ontología/asociación de conceptos)

El modelo del alumno (MA) permite gestionar un perfil de usuario (figura 3). El perfil de usuario captura, almacena y actualiza automáticamente información sobre las preferencias y las necesidades de cada uno de los usuarios (por ejemplo, medio, nivel de interactividad, nivel de dificultad, etc.) así como sobre el estado de sus conocimientos (es decir, conocimientos previos sobre conceptos de un área determinada).

El modelo didáctico (MD) se refiere al enfoque pedagógico del aprendizaje (inductivo, deductivo, práctico, etc.). Actualmente este se asocia a tipologías específicas de OA (por ejemplo, una simulación se refiere a un aprendizaje didáctico inductivo) y se almacena tanto en los metadatos del OA como en el perfil de usuario (como tipologías preferidas de OA).

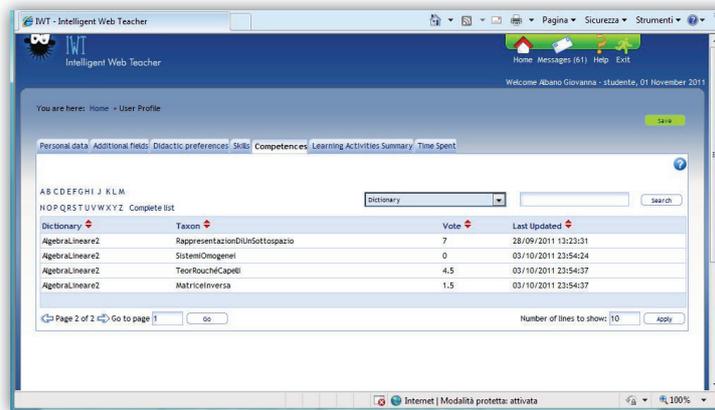


Figura 3. Ejemplo de perfil de alumno

3.2. Cómo funciona la IWT

En la plataforma IWT se puede optar tanto por un aprendizaje guiado como por un aprendizaje autorregulado. El aprendizaje guiado consiste en cursos estándares (por ejemplo Geometría o Cálculo); en el autorregulado los alumnos pueden expresar sus necesidades de aprendizaje en lenguaje natural (por ejemplo, aprender a resolver sistemas lineales). En ambos casos, la IWT crea unidades de aprendizaje (UA), utilizando los modelos mencionados anteriormente (Albano, 2011b; Albano *et al.*, 2007; Gaeta *et al.*, 2009). Expertos en la materia (es decir, profesores) definen en primer lugar una serie de especificaciones apropiadas para los cursos o para las necesidades de aprendizaje, y escogen o editan la ontología conveniente para los temas del curso. A continuación fijan unos objetivos de aprendizaje (por ejemplo, uno o más conceptos de la ontología escogida) y finalmente determinan ciertos parámetros para el desarrollo del curso (por ejemplo, prueba previa, número de pruebas intermedias, contexto educativo). La unidad de aprendizaje (UA) se genera en tiempo de ejecución desde la IWT, cuando los alumnos acceden a ella por primera vez, a través de los siguientes pasos: se utiliza la ontología para crear la lista de los conceptos necesarios para lograr los conceptos fijados como objetivos del curso, luego la información del perfil de usuario permite actualizar esta lista de acuerdo con el estado de los conocimientos del alumno y escoger los OA. Estos OA son aquellos cuyos metadatos mejor encajan con las preferencias del usuario. Además, los OA se actualizan dinámicamente de acuerdo con los resultados obtenidos en las pruebas intermedias.

4. Gráficos multinivel para la modelación de conocimientos y el aprendizaje de destrezas

El uso actual de ontologías en la IWT es una versión de prueba para enseñar mediante «nodos fundamentales». Con este término nos referimos a «aquellos conceptos fundamentales que aparecen repetidamente en una disciplina y que tienen un valor procreativo estructural y de los conocimientos» (Arzarello *et al.*, 2002). En educación matemática, enseñar mediante nodos fundamentales significa

«tejer un mapa conceptual, estratégico y lógico, sutil e inteligente» (véase la figura 4), donde cada concepto es el objetivo de una compleja malla, donde ningún concepto está completamente solo y donde cada uno de ellos es parte de una red de relaciones y no un «objeto conceptual» aislado (D'Amore, 2000).

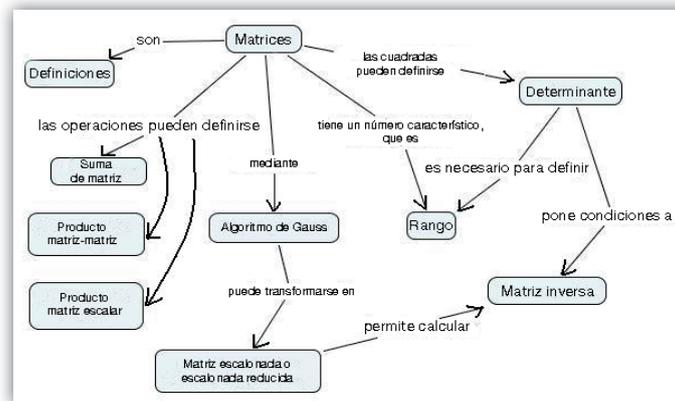


Figura 4. Ejemplo de mapa conceptual sobre matrices

Como puede verse, el nivel de conocimientos y el nivel de destrezas se diferencian por las relaciones entre los nodos (es decir, las conexiones). En las ontologías de la IWT las conexiones no pueden hacer lo mismo, de modo que los dos niveles se igualan sobre los nodos, asociando los OA para ambos.

Para superar esta limitación, nuestra propuesta es utilizar una representación gráfica multinivel (Albano, 2011a). En el primer nivel, los nodos fundamentales aparecen como «raíces» de otros dos gráficos (ontologías), en los que se hacen explícitos los niveles de conocimientos y de destrezas.

- Nivel de conocimientos (figura 5), en el que los nodos corresponden a definiciones, teoremas, ejemplos, etc. (tabla 1), y las posibles relaciones, obligatorias (líneas continuas) o no (líneas discontinuas).

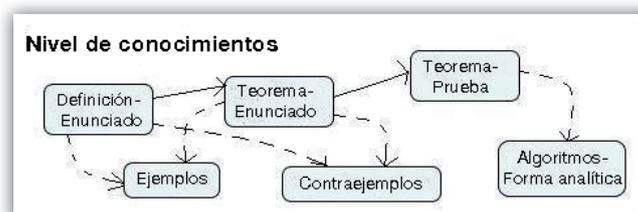


Figura 5. Ontología genérica del nivel de conocimientos

- Nivel de destrezas (figura 6), en el que los nodos corresponden básicamente a métodos de cálculo y a habilidades estándar para la resolución de problemas (tabla 1).

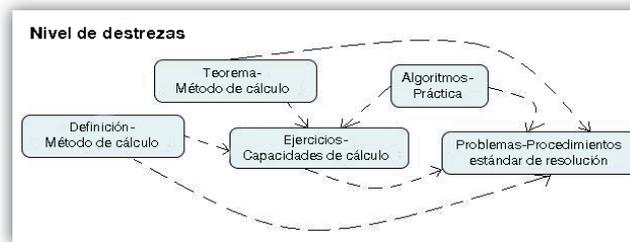


Figura 6. Ontología genérica del nivel de destrezas

Todavía se puede diseñar un tercer nivel de competencias específicas:

- Nivel de competencias, en el que los nodos corresponden a aquellas competencias para el nodo fundamental o «raíz» (tabla 2).

En el apartado siguiente, nos centraremos en el nivel de las competencias y en su modelación.

5. Ciclo de Dubinsky para modelar el aprendizaje de competencias

De acuerdo con el marco teórico, partimos del supuesto de que las competencias se desarrollan desde la implicación y participación del alumno en las AA. Esta es la razón por la que, para modelar las competencias, nos referimos al RUME de Dubinsky (Asiala *et al.*, 1996), que consiste en un ciclo de tres elementos interrelacionados: análisis teórico, didáctica y análisis/recopilación de datos.

Veamos lo que significan estos tres elementos dentro de nuestro contexto. Partiendo de un concepto, podemos distinguir una o más competencias asociadas con él. A continuación podemos implementar una AA cuyo objetivo sea que los alumnos practiquen esas competencias. De este modo podemos empezar el ciclo descrito a continuación:

Análisis teórico

El objetivo del análisis teórico es proponer un modelo de aprendizaje de competencias, es decir, una descripción de los procesos de construcción mental que utilizan los estudiantes en su aprehensión de la competencia, la llamada descomposición genética (DG). Esta DG depende estrictamente del contenido al que se aplica la competencia (por ejemplo, la competencia de la representación tiene un significado diferente si se refiere a una serie de números reales o a las líneas en un espacio de 2D) y no es necesariamente única respecto a un contenido determinado (figura 7).

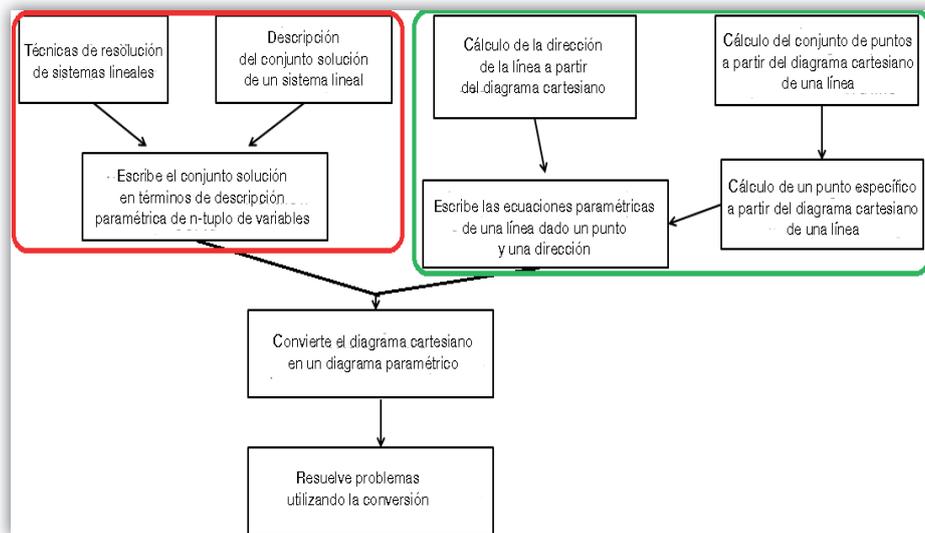


Figura 7. Ejemplo de descomposición genética algebraica (a la izquierda) y geométrica (a la derecha) de una competencia determinada

Si nos desplazamos por una DG, el mecanismo para practicar y construir una competencia específica matemática se describe en términos de los cuatro elementos siguientes (APOE):

- Acción: transformación generada como reacción a un estímulo externo (físico o mental).
- Proceso: interiorización del objeto, de modo que las transformaciones pueden imaginarse mentalmente.
- Objeto: encapsulación del proceso, debido a reflexiones sobre las operaciones aplicadas a un proceso particular, con lo cual el individuo toma conciencia del proceso en su totalidad.
- Esquema: objetos y procesos se pueden organizar en una colección coherente, explicando las interconexiones entre ellos y dando origen a lo que se llama un «esquema». Un esquema representa los conocimientos de un individuo sobre una competencia específica y se recurre a él para entender y tratar una situación percibida en la que esté implicada dicha competencia.

Dada una competencia, su DG junto con sus APOE originan un escenario de aprendizaje (EA) apropiado para que el alumno practique y llegue a dominar dicha competencia.

Didáctica

El análisis teórico indica un EA específico que debe ser favorecido con la didáctica. Ello significa diseñar una didáctica para una AA asociada a un EA, que permita al estudiante construir las acciones, los procesos, los objetos y los esquemas adecuados. Esta didáctica puede describirse utilizando un lenguaje específico de diseño de aprendizajes (por ejemplo, IMS-LD 2003), que permite la descripción de las diferentes fases de la actividad relacionadas con el EA. Estas fases incluyen la descripción de acciones, procesos, estrategias pedagógicas y entornos específicos que comprenden series de OA y servicios (fóruns, chats, calendario, aula virtual, acceso a procesadores matemáticos, etc.). El

resultado de esta fase serán una o más *plantillas* para una AA asociada a un EA determinado. Las *plantillas* también contienen información descriptiva para relacionar una AA tanto con una competencia como con uno o con más conceptos en una ontología (en el nivel de los conocimientos y/o de las destrezas).

Recopilación/Análisis de datos

Una vez que se ha implementado la didáctica y que el usuario la ha experimentado, deben establecerse unas expectativas teóricas a partir de observaciones y análisis de los resultados del aprendizaje. Ello significa comprobar si los alumnos han realizado las construcciones mentales previstas en el análisis teórico o bien si han recurrido a construcciones alternativas. Los datos se utilizan para validar el análisis teórico y la didáctica consiguiente. Se pueden introducir los ajustes necesarios o hacer una revisión completa.

6. Cómo funcionan los nuevos modelos

Basándonos en los apartados anteriores, podemos esbozar el esquema de la figura 8.

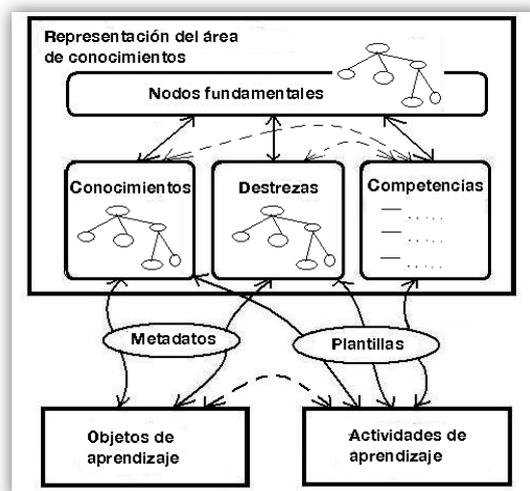


Figura 8. Modelo de generación de una experiencia de aprendizaje

La representación del dominio en la plataforma consistirá en primer lugar en una ontología sobre los nodos fundamentales, después se diseñarán más niveles de ontologías (conocimientos y destrezas) y una base de datos de competencias.

Teniendo en cuenta los dos tipos de aprendizaje, el guiado y el autorregulado, veamos cómo los afecta la nueva representación del dominio. En cuanto al primero, la UA correspondiente al curso estándar difiere de las descritas en la sección 3.2 en dos aspectos:

- La selección de conceptos objetivo se puede especificar en uno o más niveles de la ontología y el itinerario del aprendizaje se desarrollará a partir de la fusión de las listas generadas en cada nivel; después el proceso continúa como se ha mostrado antes.
- La UA se irá enriqueciendo con la implicación y la participación del alumno en AA correspondientes a competencias seleccionadas en el tercer nivel de la representación del dominio (secciones 4 y 5). La elección de las AA estará determinada por la mejor combinación entre la información descriptiva de una *plantilla* y el perfil de usuario.

En cuanto al aprendizaje autorregulado, los modelos también pueden responder a las necesidades del alumno en cuanto a competencias (por ejemplo, aprender a comprobar enunciados). En este caso, entre las AA disponibles, la plataforma selecciona las que más convienen al alumno dadas las necesidades que ha expresado y que, a la vez, se refieren a conceptos (en una ontología) ya presentes en su estado de conocimientos. En cualquier caso, se puede realizar una prueba previa sobre dichos conceptos y ofrecer una UA a la medida de cada usuario para salvar este obstáculo si es necesario.

7. Ventajas y desventajas, y experiencia en la Universidad de Salerno

En la enseñanza tradicional, los profesores son, a un mismo tiempo, autores, tutores y evaluadores de sus cursos. En el aprendizaje virtual, podemos distinguir explícitamente los papeles de autor y tutor. Los autores son sujetos colectivos que dominan todas las destrezas necesarias para preparar materiales didácticos en un contexto digital; no son solamente expertos con competencias en educación general y una disciplina específica sino que además son profesionales con habilidades técnicas en TIC, en gestión y en pedagogía. Los tutores pueden ser agentes humanos o artificiales que proporcionan al alumno el andamiaje que necesita para alcanzar los objetivos educativos que se ha propuesto. Los profesores pueden asumir uno o más papeles, incluido el de autor, dependiendo de su experiencia. Por ejemplo, en el caso de nuestros cursos en la Universidad de Salerno, los profesores desempeñan el papel de expertos en las áreas de Geometría o Cálculo y han diseñado las ontologías correspondientes (mediante una herramienta gráfica de fácil uso, que mostramos en la figura 2). También han diseñado varios OA (desde hipermedia hasta vídeos estructurados y ejercicios dinámicos con *Mathematica*²) y han supervisado su implementación con la ayuda de personal técnico adecuado.

Aunque el trabajo de un autor en el contexto del aprendizaje virtual pueda parecer más difícil que el de un profesor en el aula tradicional (puesto que requiere habilidades técnicas), tiene varias ventajas, como las siguientes:

2. www.wolfram.com

- Reusabilidad: las ontologías, los OA y las *plantillas* constituyen un depósito de material al que pueden recurrir todos los autores que utilizan la plataforma (no solo su propietario).
- Enriquecimiento continuo del fondo de aprendizaje: es una consecuencia directa de la característica anterior, puesto que todos los profesores pueden utilizar el trabajo de los demás y beneficiarse así de la posibilidad de disponer de mucho más material del que individualmente hubieran podido producir.
- Favorecimiento a la diversidad de los métodos de aprendizaje del alumno: la enseñanza personalizada no es posible en el nivel de grado, sobre todo en los primeros cursos con clases muy numerosas, pero los cursos mixtos que combinan clases presenciales con enseñanza y aprendizaje virtual de matemáticas pueden salvar este inconveniente.
- Seguimiento automático del aprendizaje: tanto individual como de grupos. El análisis de los datos de aprendizaje proporciona abundante información sobre el nivel de conocimientos (por ejemplo, temas con una dificultad intrínseca) y sobre su aprendizaje (deficiencias básicas) lo cual permite introducir ajustes en el diseño y en la implementación de los OA y de las AA.

En cuanto al alumnado, podemos hacer algunas consideraciones basándonos en nuestra experiencia en la Universidad de Salerno. Durante los últimos años, algunos cursos de matemáticas de esta universidad se han impartido con la asistencia de la plataforma IWT. Las clases tradicionales han recurrido a la enseñanza a distancia, que ha consistido en UA personalizadas (apartado 3.2) y en actividades de aprendizaje, guiadas por profesores, colectivas o individuales (cuya formalización, y generalización de las últimas, han originado el modelo del apartado 5). Además de las calificaciones obtenidas en los exámenes, distribuimos cuestionarios entre los alumnos que participaban en clases mixtas para investigar los resultados en los niveles metacognitivo y no cognitivo. Fundamentalmente lo que hemos comprobado es que las AA han cambiado el método de trabajo de los alumnos: profundizan como práctica habitual, amplían sus perspectivas, varían su actitud respecto al aprendizaje, focalizan actividades relevantes, se organizan los horarios del trabajo en casa y dan continuidad a su trabajo. Además de cambiar sus métodos de trabajo, los alumnos empiezan a comprender los significados matemáticos y a mejorar su forma de abordar los problemas, que eran nuestros principales objetivos. Después cambia su actitud respecto a las matemáticas (incluso en el caso de individuos que no suelen destacar especialmente en esta materia), y se inicia así un proceso de aprendizaje productivo.

8. Perspectivas

Pensamos continuar nuestra investigación sobre el modelo de conocimientos, destrezas y competencias. La implementación en una plataforma requiere investigar determinados detalles, y la integración con algoritmos de la IWT para generar automáticamente UA personalizadas plantea nuevos problemas, como los siguientes

- Investigación sobre las herramientas útiles para la didáctica: sería muy interesante tener la posibilidad de escoger, en tiempo de ejecución, OA implicados en AA, teniendo en cuenta los metadatos asignados.
- Investigación en las posibilidades de la interconexión de AA con las UA necesarias como pre-requisitos.
- Definición de los procedimientos para la evaluación de competencias específicas según los requisitos de PISA (OCDE, 2009), tanto en forma abierta como cerrada (Albano, 2011b; Albano *et al.*, 2008).
- Integración de los resultados de la evaluación abierta de la competencia para actualizar automáticamente las UA y seleccionar las AA subsiguientes.

9. Conclusiones

En este trabajo, dentro del contexto del aprendizaje virtual de matemáticas, nos hemos centrado en el aprendizaje de competencias. Partiendo de la base de que dichas competencias se desarrollan con la implicación y la participación de los alumnos en las AA, hemos propuesto un modelo apto para generar experiencias de aprendizaje que se adapten a cada estudiante según el perfil de usuario. Este modelo es un complemento de los modelos de conocimientos y destrezas basados en multigráficos. Los tres modelos interactúan para generar un modelo de conocimientos, destrezas y competencias capaz de crear y proporcionar UA personalizadas consistentes en series de OA o AA. Se ha utilizado la plataforma IWT para validar estos modelos en cursos de grado. Los resultados demuestran que el alumnado mejora su forma de abordar los problemas o el estudio de matemáticas además de cambiar su actitud respecto a esta materia.

Bibliografía

- ALBANO, G. (2011a). «Knowledge, Skills, Competencies: a Model for Mathematics E-Learning». En: R. Kwan; C. McNaught; P. Tsang; F. L. Wang; K. C. Li (eds). *Enhancing Learning Through Technology: International Conference, ICT 2011, Hong Kong, July 11-13. Proceedings (Communications in Computer and Information Science)*. CCIS 177. ISBN: 978-3-642-22382-2. Springer Heidelberg. P. 214-225.
- ALBANO, G. (2011b). «Mathematics education: teaching and learning opportunities in blended learning». En: A. Juan; A. Huertas; S. Trenholm; C. Steegmann (eds). *Teaching Mathematics Online: Emergent Technologies and Methodologies* [en prensa].
- ALBANO, G.; FERRARI, P. L. (2008). «Integrating technology and research in mathematics education: the case of e-learning». En: F. J. García-Peñalvo (ed.): *Advances in E-Learning: Experiences and Methodologies*. IGI Global. P. 132-148.
- ALBANO, G.; GAETA, M.; RITROVATO, P. (2007). «IWT: an innovative solution for AGS e-Learning model». *International Journal of Knowledge and Learning*. Vol. 3, núm. 2/3, p. 209-224.

- ARZARELLO, F.; RO BUTTI, O. (2002). *Matematica*. Brescia: La Scuola.
- ASIALA, M.; BROWN, A.; DEVRIES, D. *et al.* (1996). «A Framework for Research and Curriculum Development in Undergraduate Mathematics Education». *CBMS Issues in Mathematics Education*. Vol. 6.
- D'AMORE, B. (2000). «La complessità dell'educazione e della costruzione dei saperi». *Riforma e didattica*. Núm. 4, p. 35-40.
- GAETA, M.; ORCIUOLI, F.; RITROVATO, P. (2009) «Advanced Ontology Management System for Personalised e-Learning». *Knowledge-Based Systems*. Núm. especial. Vol. 22, núm. 4, p. 292-301.
- GODINO, J. (2002). «Competencia y comprensión matemática: ¿Qué son y cómo se consiguen?». *Uno*. Vol. 8, núm. 29, p. 9-19.
- NISS, M. (2003). «Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project». En: A. Gagatsis; S. Papastavridis (eds). *Proceedings of the 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education*. Atenas: Hellenic Mathematical Society. P. 115-124.
- OECD (2009). PISA 2009 Assessment Framework - Key Competencies in Reading, Mathematics and Science. [Fecha de consulta: 28 de enero de 2011].
<<http://www.oecd.org/dataoecd/11/40/44455820.pdf>>
- SKEMP, R. (1976). «Relational understanding and instrumental understanding». *Mathematics Teaching*. Núm. 77, p. 20-26.
- WEINERT, F. (2001). «Concept of competence: a conceptual clarification». En: D. Rychen; L. Salgenik (eds). *Defining and electing key competencies*. Seattle, Toronto, Bern, Göttingen: Hogrefe & Huber Publishers.
- WILEY, D. A. (2000). «Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor, and a taxonomy». En: D.A. Wiley (ed.). *The Instructional Use of Learning Objects*. [Fecha de consulta: 18 de febrero de 2010].
<<http://reusability.org/read/chapters/wiley>>

Sobre la autora

Giovannina Albano

galbano@unisa.it

Facultad de Ingeniería, Universidad de Salerno

Profesora ayudante de Geometría en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Salerno, Italia. Es doctora en Matemáticas Aplicadas y Ciencias Informáticas por la Universidad de Nápoles Federico II, y graduada en Matemáticas también por la Universidad de Nápoles Federico II. Sus investigaciones se han centrado en los modelos de aprendizaje electrónico así como en la educación matemática en entornos virtuales. Es autora de unos ochenta artículos científicos publicados en revistas internacionales, libros y otras publicaciones especializadas. Actuó como representante italiana en el Grupo de Trabajo para Políticas del Aprendizaje dentro del Programa del IST, V Programa marco. Ha sido vicecoordinadora de proyecto del Centro di Eccellenza in Metodi e Sistemi per l'Apprendimento e la Conoscenza fundado por el Ministerio de Universidades e Investigación italiano, y líder científica de la línea de investigación sobre experimentos científicos virtuales. Participa en numerosos proyectos italianos y europeos sobre programas educativos.

Università degli Studi di Salerno

Via Ponte don Melillo

84084 - Fisciano (SA)

Italia



Los textos publicados en esta revista están sujetos –si no se indica lo contrario– a una licencia de Reconocimiento 3.0 España de Creative Commons. Puede copiarlos, distribuirlos, comunicarlos públicamente y hacer obras derivadas siempre que reconozca los créditos de las obras (autoría, nombre de la revista, institución editora) de la manera especificada por los autores o por la revista. La licencia completa se puede consultar en <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/es/deed.es>.

Monográfico «Aprendizaje virtual de las matemáticas»

ARTÍCULO

Teoría de la actividad y diseño de cursos virtuales: la enseñanza de matemáticas discretas en Ciencias de la Computación

José Luis Ramírez

jllram@cenidet.edu.mx
CENIDET (México)

Manuel Juárez

juarezmanuel@cenidet.edu.mx
CENIDET (México)

Ana Remesal

aremesal@ub.edu
Universidad de Barcelona

Fecha de presentación: julio de 2011
Fecha de aceptación: noviembre de 2011
Fecha de publicación: enero de 2012

Cita recomendada

RAMÍREZ, José Luis; JUÁREZ, Manuel; REMESAL, Ana (2012). «Teoría de la actividad y diseño de cursos virtuales: la enseñanza de matemáticas discretas en Ciencias de la Computación». En: «Aprendizaje virtual de las matemáticas» [monográfico en línea]. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento (RUSC)*. Vol. 9, n.º 1, págs. 130-149 UOC. [Fecha de consulta: dd/mm/aa].

<<http://rusc.uoc.edu/ojs/index.php/rusc/article/view/v9n1-ramirez-juarez-remesal/v9n1-ramirez-juarez-remesal>>

ISSN 1698-580X

Resumen

El objetivo de este estudio es presentar una experiencia de aprendizaje virtual a distancia en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas en educación superior. El curso se ofrece como programa de apoyo para alumnos de un máster de Ciencias de la Computación y está específicamente diseñado para satisfacer las necesidades de los estudiantes que iniciaban dicho programa, particularmente la falta de comprensión del lenguaje lógico detectada en varias promociones anteriores de los alumnos del CENIDET. El curso tiene como objetivo el desarrollo de la habilidad de uso del lenguaje lógico, la cual es básica para cursar con éxito el máster de Ciencias de la Computación, así como para su posterior aplicación en contextos profesionales relacionados con la Ingeniería computacional. Dieciocho estudiantes distribuidos por todo México participaron voluntariamente en el estudio bajo la dirección de un tutor. El diseño tecnopedagógico del curso se basa en dos premisas teóricas. Las decisiones didácticas relacionadas con el contenido se fundamentan en varios conceptos derivados de la segunda generación de la Teoría de la Actividad (TA). El concepto de «base de orientación para la acción» ha sido particularmente útil para definir las habilidades que se esperaba que desarrollaran los estudiantes. Las decisiones didácticas relacionadas con la interacción de los participantes se basan en el modelo de enseñanza acelerada en equipo de Slavin. A continuación se expone detalladamente la estructura del curso y se presentan algunos extractos de la interacción de los estudiantes para ilustrar su proceso de aprendizaje.

Palabras clave

aprendizaje virtual, diseño didáctico, educación superior, matemática discreta, teoría de la actividad, habilidades matemáticas

Activity Theory and e-Course Design: An Experience in Discrete Mathematics for Computer Science

Abstract

The aim of this article is to present a distance e-learning experience of mathematics in higher education. The course is offered as a remedial program for master's degree students of Computer Science. It was designed to meet the particular needs of the students entering the master's degree program, as a response to the lack of understanding of logical language which was identified in several previous cohorts of students at CENIDET. The course addresses mathematical abilities of comprehensive functional use of logical language as a basic ability to be developed for later successful participation in the Master of Computer Science and also for later use in professional contexts of Computer Engineering. Eighteen students distributed throughout Mexico volunteered to participate under the guidance of one instructor. The techno-pedagogical design of the course is grounded on two theoretical approaches. Content-related instructional decisions are supported by different concepts of the second generation of Activity Theory. The concept of Orienting Basis of an Action was particularly useful to define the skills the students were expected to develop. Instructional decisions related to the participants' interaction are underpinned by Slavin's Team Accelerated Instruction model. We present the course structure in detail and provide some student interaction excerpts in order to illustrate their learning progress

Keywords

e-learning, instructional design, higher education, discrete mathematics, activity theory, mathematical abilities

1. Introducción

El hecho de trabajar con enunciados formalizados o semiformalizados suele ser un reto para muchos estudiantes de matemáticas. Una de las estrategias más utilizadas por los estudiantes para hacer frente a textos que incluyen enunciados formalizados es leer únicamente la parte no formal e ignorar el formalismo matemático. Lamentablemente, cuando se utiliza esta estrategia se produce una pérdida importante de conocimientos matemáticos. Varios investigadores han asociado estas dificultades a: i) la negación de los enunciados matemáticos (Antonini, 2001; Durand-Guerrier, 2004); ii) la traducción (formalización) de los enunciados del lenguaje natural al lenguaje formal de la lógica de primer orden (LPO) (Barker-Plummer, Cox, Dale y Etchemendy, 2008); y iii) la identificación de la estructura lógica de los enunciados matemáticos (Selden y Selden, 1996).

Recientemente, en el ámbito de las Ciencias de la Computación, ha habido algunas propuestas para incluir métodos formales en el plan de estudios. Hoy en día, se espera que los estudiantes tengan capacidad para leer y escribir especificaciones formales en su práctica profesional (Boca, Bowen y Duché, 2006). Sin embargo, aunque muchos de ellos se familiarizan por primera vez con las matemáticas formalizadas o semiformalizadas en los cursos de Matemática discreta (MD), sus profesores esperan que posean un dominio suficiente de LPO. De ahí que los estudiantes tengan dificultades para entender y comunicar conceptos nuevos y complejos con textos semiformalizados. En consecuencia, requieren ayuda específica para desarrollar habilidades que les permitan leer textos matemáticos en distintos contextos. Una buena presentación de contenidos no basta; por lo tanto, en la educación superior los cursos de apoyo deberán orientarse explícitamente al desarrollo de esta habilidad (Merisotis y Phipps, 2000).

Este artículo describe el uso de determinados elementos de la segunda generación de la teoría de la actividad (TA) para diseñar un curso de apoyo en línea. En concreto, el concepto de «base de orientación para la acción» (BOA) ha sido muy útil para ofrecer a los estudiantes de máster el apoyo necesario en sus procesos de aprendizaje. El curso de apoyo en línea introduce conceptos preliminares de matemática discreta (lógica, conjuntos, relaciones y funciones) para los estudiantes que inician un máster de Ciencias de la Computación en México. En los siguientes apartados, presentamos el marco contextual, las premisas teóricas y las consecuencias para el diseño de materiales didácticos. Algunos extractos de las interacciones que tuvieron lugar durante el curso ilustran el progreso del aprendizaje.

2. El contexto institucional: la enseñanza de matemáticas en Ciencias de la Computación

La mayoría de los cursos de MD que pueden cursar los estudiantes de Ciencias de la Computación siguen un modelo tradicional de enseñanza de las matemáticas: (1) definición del concepto; (2) presentación de teoremas; (3) demostración y (4) resolución de problemas (véase, por ejemplo, Meyer, 2005). Los cursos alternativos siguen siendo una excepción. Además, en general, estos cursos no poseen la base teórica característica de la educación matemática (véase, por ejemplo, Sutner, 2005).

Tanto si son tradicionales o se basan en la resolución de problemas, estas propuestas didácticas ponen de relieve la precisión de las definiciones matemáticas. Todas ellas establecen las definiciones del contenido a partir del lenguaje lógico. En contraste, las evaluaciones previas en el contexto mexicano (Ramírez, 1996; 2005) han señalado repetidamente dos carencias de comprensión entre los estudiantes de Ciencias de la Computación: (a) traducir el lenguaje matemático al lenguaje natural (y viceversa); y b) analizar las definiciones matemáticas. En consecuencia, los programas docentes de matemáticas para estudiantes de Ciencias de la Computación deberían considerar ambos aspectos. En lo que concierne concretamente a la última cuestión, los alumnos necesitan asociar distintas representaciones de un concepto en el lenguaje natural, en el lenguaje lógico, en el lenguaje matemático y en el lenguaje pictográfico.

3. Marco teórico: la teoría de la actividad

La TA permite a los profesores de matemáticas atender a las deficiencias y los requisitos antes mencionados en los cursos de MD en línea. Actualmente, existen tres generaciones de la TA (Engeström, 2000). Los conceptos definidos por la primera generación –mediación, interiorización y zona de desarrollo próximo (Vygotsky, 1988)– y los propuestos por la tercera generación –aprendizaje expansivo, zona de desarrollo próximo grupal (Engeström, 1987) y aprendizaje situado (Lave y Wenger, 1991)– están ya bien establecidos. En cambio, el desarrollo y las aplicaciones de la segunda generación han sido menos conocidos. Nuestra experiencia didáctica está basada en la segunda generación de la TA. Uno de los elementos básicos de este planteamiento es la definición precisa de la estructura de actividad a través de acciones y operaciones (Leontiev, 1984). Estos conceptos permiten estudiar la actividad humana caracterizando la noción de habilidad –un elemento clave de nuestra propuesta didáctica– tanto para el diseño de actividades y materiales docentes como para el análisis de los progresos en el aprendizaje. En los siguientes subapartados se describen paso a paso las decisiones didácticas, guiándonos por este marco teórico.

3.1. La segunda generación de la TA y la enseñanza de las matemáticas en la educación superior

El concepto de actividad de Leontiev ha sido utilizado por Tallizina (1988) y posteriormente por Hernández (1989) y Valverde (1990), entre otros, para describir las habilidades matemáticas. Para Leontiev, la actividad surge como un refinamiento del concepto de interiorización y es un elemento constituyente del sujeto psicológico, tanto en sus aspectos cognitivos (conciencia) como afectivos y motivacionales (personalidad). La actividad orienta al sujeto en la realidad objetiva, transformándola en una forma de subjetividad. Es decir, una actividad no es sólo una acción o una serie de acciones, sino un sistema con estructura, desarrollo, transiciones y cambios internos. Un sistema de actividad genera acciones y, a su vez, es materializado a través de acciones. Sin embargo, la actividad no puede reducirse a acciones particulares. Cada actividad está siempre conectada a un motivo (ya sea material

o abstracto) que responde a una necesidad. Los componentes de las actividades humanas son las acciones realizadas por los individuos. La acción posee un aspecto operativo (¿cómo y por qué medios podemos alcanzar un objetivo?), definido por las condiciones objetivas requeridas para lograr el objetivo de la actividad. Las actividades, acciones y operaciones son dinámicas: pueden cambiar su «nivel» dentro de la macroestructura de la actividad bajo ciertas condiciones.

El diseño de un proceso de aprendizaje parte de la caracterización psicológica de la actividad con relación a sus componentes estructurales: acciones y operaciones. La interpretación educativa de estos componentes se expresa en términos de habilidades y exige dominar un sistema complejo de acciones para autorregular la actividad. El proceso de adquisición de habilidades implica sistematizar las acciones de que constan. A su vez, este proceso requiere una ejecución consciente por parte del sujeto. La ejecución satisfactoria de acciones indica el nivel de desarrollo de habilidades para llevar a cabo la tarea. De ahí que el sujeto deba dominar el sistema de acciones para desarrollar plenamente una habilidad. En otras palabras, podríamos decir que para enseñar a comprender un texto matemático es esencial caracterizar las acciones e identificar las operaciones que comprende.

3.2. Diseñar la base orientadora de la acción

El desarrollo de funciones mentales superiores tiene un origen social (Vygotsky, 1988). Este desarrollo se produce en dos fases independientes: interpsicológico e intrapsicológico. Así, el desarrollo surge a raíz de acciones interiorizadas. La teoría de la formación por etapas de las acciones mentales de Galperin (1969) se basa en las premisas de Vygotsky aplicadas al contexto educativo. En primer lugar está la etapa de la actividad material, en la que el alumno necesita manipular objetos reales y llevar a cabo una actividad en el plano material, en el que puede manejar modelos, diagramas o gráficos de acuerdo con su edad. En segundo lugar está la verbalización, donde el estudiante necesita repetir la secuencia de las operaciones en voz alta. Expresándola en palabras, la acción pasa del exterior al interior. En último lugar, la actividad se lleva a cabo en el plano mental, completamente interiorizada.

El proceso de interiorización puede ser apoyado a través de la ejecución de ciertas acciones guiadas. Es precisamente este conjunto de acciones lo que permitirá a los alumnos y al tutor monitorizar y, si procede, corregir cada etapa de la asimilación. Galperin introdujo el término «base orientadora de la acción» (BOA) para referirse al conjunto de elementos orientadores con los que se guía al estudiante hacia la ejecución satisfactoria de una acción (también conceptualizado como «andamiaje» (Samaras y Gismondi, 1998).

En nuestro estudio, asumimos que la habilidad para leer y entender textos matemáticos consta de las siguientes acciones: (a) la traducción de un enunciado matemático al lenguaje natural, y viceversa; (b) la traducción de un enunciado al lenguaje de LPO a fin de revelar su estructura; y (c) la representación del enunciado mediante un lenguaje gráfico. Para avanzar en estas etapas e interpretar correctamente los enunciados matemáticos, los alumnos necesitan dominar ambos códigos. La identificación y caracterización de las acciones necesarias para leer y entender textos matemáticos ofrece una base para diseñar e implementar procesos didácticos en línea (véase la figura 1).

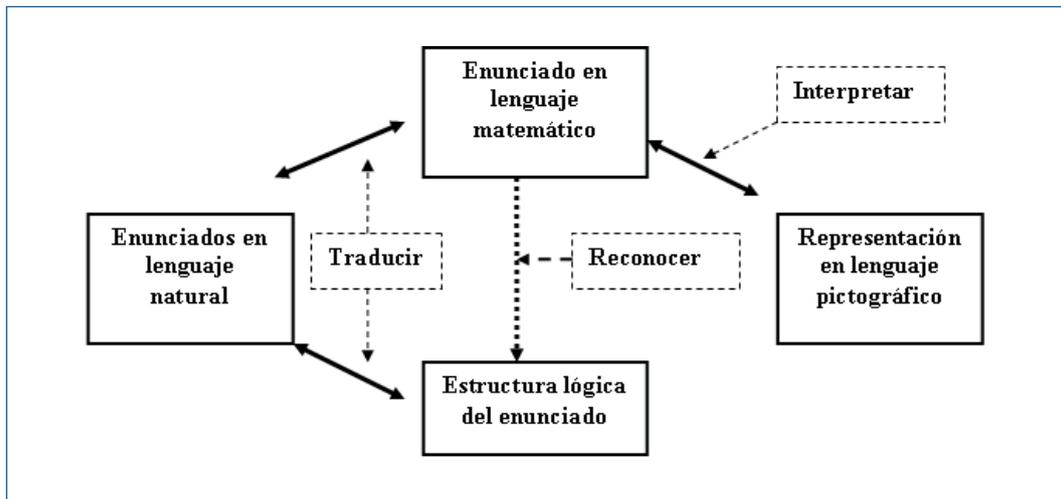


Figura 1: Sistema de habilidades para leer textos matemáticos.

4. Los retos del diseño didáctico

De acuerdo con la TA, tomamos tres elementos vertebrales del diseño didáctico: objetivos del curso, contenidos y Bases de orientación (BOA) para los estudiantes. En los siguientes apartados plantearemos cada uno de estos elementos y a continuación explicaremos cómo se implementan en un sistema de gestión del aprendizaje (SGA).

4.1. Objetivos del curso

Como resultado de los problemas identificados en cursos anteriores, nuestro objetivo era que los estudiantes desarrollaran habilidades para identificar y analizar el lenguaje formal (el lenguaje lógico y el lenguaje matemático) con el que se presentan los conceptos matemáticos y sus definiciones. El principal objetivo se dividió en tres subobjetivos:

Los estudiantes deberían ser capaces de...

- Analizar e identificar el lenguaje de LPO en el lenguaje natural.
- Identificar el lenguaje matemático que se expresa por medio del lenguaje lógico y las entidades matemáticas a las que se hace referencia.
- interpretar, del lenguaje formal al pictográfico, las definiciones del lenguaje matemático.

4.2. Contenido

El contenido básico de los cursos tradicionales de MD en educación superior es el siguiente: lógica proposicional, lógica de predicados, conjuntos, relaciones y funciones. La lógica se enseña, en general, a partir de un modelo deductivo de presentación de contenidos que se orienta a la demostración y utiliza sus propias reglas. En cambio, nuestro curso se centró en el manejo del lenguaje

de LPO, subrayando el proceso de traducción de los enunciados expresados en lenguaje natural al lenguaje lógico y matemático. Tras el módulo de lógica, se introdujo un módulo de lectura de textos matemáticos. Para la traducción del lenguaje natural al lenguaje matemático, se proporcionó a los estudiantes una BOA específica.

Los módulos de *Conjuntos*, *Relaciones* y *Funciones* tenían la siguiente estructura: en primer lugar, el tutor presentaba una breve lectura del ámbito disciplinario, en la que los conceptos matemáticos correspondientes aparecían en sus contextos habituales. A continuación, exponía el tema a partir de textos estándar. En tercer lugar, los estudiantes realizaban los ejercicios de cada tema, con dos actividades preferentes: (a) análisis de las definiciones y (b) uso de las BOA correspondientes. Finalmente, los alumnos tenían que leer otros textos adicionales del mismo ámbito, en los que aparecían los conceptos matemáticos correspondientes.

4.3. Bases orientadoras de la acción

Definimos una serie de BOA para ayudar a los estudiantes en el proceso de resolución de problemas. En este curso, las BOA servían para traducir enunciados: (a) de lenguaje natural a lenguaje lógico-proposicional; (b) de lenguaje natural a lenguaje de predicados; (c) de lenguaje natural a lenguaje matemático y viceversa. En último lugar, propusimos una BOA para (d) leer textos matemáticos y para (e) analizar la definición de conceptos matemáticos.

A lo largo del curso se proporcionaron las BOA, junto con el material utilizado por los alumnos, introduciéndolas con ejemplos. En el módulo de lógica, las BOA se caracterizaron y suministraron para desarrollar la habilidad de traducir del lenguaje natural al lenguaje de LPO. Para los módulos de *Conjuntos*, *Relaciones* y *Funciones*, se proporcionó una BOA para analizar las definiciones. A continuación se presenta un ejemplo de implementación parcial de una BOA para el análisis de definiciones.

4.3.1. Ejemplo de BOA

Inicialmente, proporcionamos a los estudiantes ejemplos paso a paso para llevar a cabo las ocho acciones del análisis: (1) diferenciar entre la expresión de la definición en lenguaje natural y su expresión en lenguaje matemático; (2) identificar las entidades matemáticas contenidas en la misma; (3) dar ejemplos de objetos que cumplieran y no cumplieran con la definición; (4) encontrar diferentes modos de representarla; (5) identificar la estructura lógica subyacente; (6) establecer su negación; (7) encontrar la equivalencia lógica de la definición; y finalmente, (8) generalizarla.

El proceso presentado a los estudiantes como modelo para usar la BOA se describe en las figuras 2 y 3. En estas figuras, las acciones se indican en la columna izquierda y las posibles respuestas en la columna derecha.

Esta BOA apoya el desarrollo parcial de las habilidades para traducir enunciados expresados en lenguaje matemático, pictórico y natural. Realizar el análisis de definiciones ofrece a los estudiantes una buena base para incrementar su capacidad para leer textos matemáticos.

BOA	Análisis de la definición	
	Ejemplificación de la acción	
a. Diferenciar entre la expresión de la definición en lenguaje natural y su expresión en lenguaje matemático	<p>Definición expresada en lenguaje natural</p> <p>La unión de los conjuntos A y B, denotada como $A \cup B$, es el conjunto de los objetos que pertenecen a A o B o a ambos.</p>	<p>Definición en lenguaje matemático</p> <p>$A \cup B := \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$</p>
b. Identificar las identidades presentes en la definición.	Conjunto, concepto de pertenencia.	
c. Analizar diferentes representaciones de la definición		
d. Dar ejemplos de objetos que satisfacen o no la definición.		

Figura 2: Acciones de 1 a 4 presentadas a los estudiantes como ejemplo para el análisis de una definición.

BOA	Análisis de la definición	
	Ejemplificación de la acción	
e. Identificar la estructura lógica de la definición.	Si $P(x, A)$ significa que x pertenece a A y $Q(x, B)$ significa que x pertenece a B , la estructura lógica de la definición: $P(x, A) \vee Q(x, B)$.	
f. Establecer la negación de la definición.	De la estructura lógica $P(x, A) \vee Q(x, B)$, aplicando la negación lógica se obtiene: $\neg P(x, A) \wedge \neg Q(x, B)$. Así que la negación es: $\neg (A \cup B) = \{x \mid x \notin A \wedge x \notin B\}$	
g. Encontrar equivalencias lógicas de la definición	En este caso una equivalencia lógica de: $P(x, A) \vee Q(x, B)$ Sería poco natural, por ejemplo: $\neg (\neg P(x, A) \wedge \neg Q(x, B))$. ¿Cómo leeríamos esta expresión en lenguaje natural?	
h. Generalizar la definición.	<p>La unión de un número finito de conjuntos: $[(A \cup B) \cup C] \cup D \dots \cup W := \{x \mid x \in A \vee x \in B \vee x \in C \dots \vee x \in W\}$ Puede resumirse como:</p> $\bigcup_{\beta \in B} A_{\beta} = \{x \in U \mid \exists \beta \in B : x \in A_{\beta}\}$	

Figura 3: Acciones de 5 a 8 presentadas a los estudiantes como ejemplo para el análisis de una definición.

4.4. Diseño tecnopedagógico del curso virtual

En el aprendizaje virtual, muchos abandonos están causados por falta de motivación (Juan, Huertas, Steegmann, Corcoles y Serrat, 2008); por lo tanto, el diseño didáctico de los cursos es un elemento clave en el contexto de la educación de adultos. El término «diseño tecnopedagógico» se refiere a las características didácticas de un curso basado en herramientas tecnológicas (Mauri, Colomina y De Gispert, 2009). En efecto, el diseño de cursos virtuales no puede reducirse a los elementos tradicionales del plan de estudios, es decir, objetivos, contenidos y actividades de aprendizaje y evaluación. Al contrario, debe incluir una selección razonada y una planificación de las herramientas tecnológicas que se usarán a lo largo del curso académico, junto con un plan que contemple el uso de estos espacios y herramientas. Por ello, el diseño tecno-pedagógico debe incluir una cuidadosa planificación de las interacciones (entre estudiante y estudiante, y entre el tutor y sus alumnos) que tendrán lugar a lo largo del curso.

4.4.1. El SGA

En este caso en concreto, utilizamos el programa Moodle (V.1.5.8) como SGA, ya que presenta una estructura flexible y deja abiertas muchas elecciones a los diseñadores y tutores del curso. Por ejemplo, permite gestionar distintos espacios para grupos heterogéneos y flexibles del mismo curso. Esta característica ha sido especialmente relevante en este caso ya que ha facilitado la interacción del grupo clase, así como espacios privados para grupos más reducidos. El administrador/tutor del curso es quien toma estas decisiones de acuerdo con el diseño tecnopedagógico. Además, permite la gestión de los contenidos en módulos independientes. En este curso, presentamos los cinco temas por separado, en «modalidad semanal», todos con la misma estructura recursiva para ayudar a los estudiantes a asumir las normas de participación.

4.4.2. Diseño interactivo

Para seleccionar y planificar las herramientas tecnológicas es necesario determinar la interacción entre los estudiantes y entre los estudiantes y el tutor. Adaptamos la técnica colaborativa llamada «enseñanza acelerada en equipo» (EAE) (Slavin, 1994) al entorno virtual de aprendizaje (EVA). De acuerdo con esta técnica, los estudiantes deben realizar tres tipos de actividad. En primer lugar, deben trabajar independientemente con los materiales de aprendizaje. Se espera que lean los materiales del curso y que resuelvan los problemas y ejercicios correspondientes. En segundo lugar, deben trabajar por parejas para compartir e intercambiar las soluciones y dificultades que hayan surgido en los problemas y ejercicios. Con este objetivo, pueden acceder a una sala privada sincrónica (chat) y asincrónica (foro) en la plataforma en línea. El tercer nivel de interacción abarca a todo el grupo. De nuevo, tanto el chat como el foro sirven de apoyo para la interacción grupal. El uso de estos espacios y herramientas está regulado por normas de participación específicas. La figura 4 presenta un esquema de la organización de los participantes y del contenido de los materiales docentes.

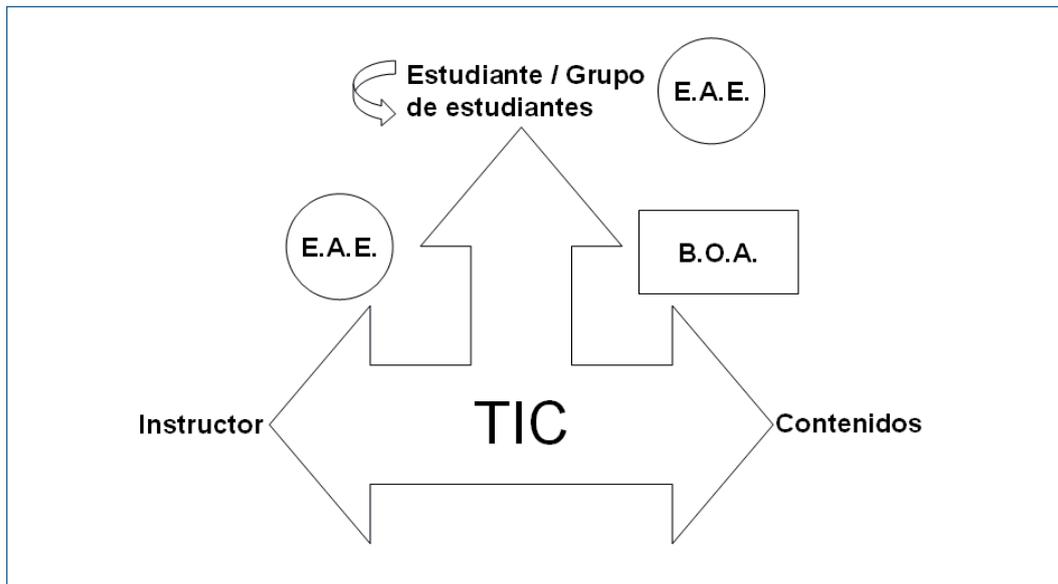


Figura 4: Diseño tecnopedagógico del curso.

Interacción estudiante-contenido. En las primeras ediciones del curso, surgió una dificultad técnica al utilizar las herramientas de chat y foro. Los participantes tuvieron problemas al escribir en lenguaje lógico y matemático. Estos problemas ya se habían detectado en estudios similares (Smith, Ferguson y Gupta 2004). Así, para facilitar la comunicación matemática, añadimos un editor HTML con un editor de ecuaciones matemáticas (WIRIS, V.2.1.26) a la herramienta de chat (Juárez y Ramírez, 2010). Las figuras 5 y 6 muestran el editor de ecuaciones y algunos ejemplos de cómo se puede utilizar.

Interacción estudiante-tutor. La principal área del curso estaba integrada por tres espacios de comunicación. En primer lugar, un foro para la discusión de grupos reducidos que ofrecía un espacio asincrónico para facilitar la continuidad de las discusiones y la comunicación del tutor con los estudiantes. En segundo lugar, dos salas de chat para la interacción sincrónica, con dos finalidades: una primera sala de chat para la discusión organizada de todo el grupo clase para resolver dudas bajo la guía del tutor; y una segunda sala para resolver cuestiones técnicas.

Interacción estudiante-estudiante. La interacción entre estudiantes se diseñó para que tuviera lugar entre parejas y se facilitó por medio de distintas herramientas. En primer lugar, una sala de chat para la interacción sincrónica; en segundo lugar, una wiki para la resolución conjunta de problemas matemáticos; y en tercer lugar, una base de datos para compartir resultados y reflexiones. Cada pareja de estudiantes podía decidir libremente qué herramienta prefería usar. Los espacios de grupo eran privados para cada pareja; solamente el tutor podía acceder a los espacios reservados a los grupos reducidos. Así podía verificar o participar en la interacción de los alumnos, como ocurriría por ejemplo en las situaciones presenciales de EAE.

El curso estaba compuesto por cinco módulos (*Lógica y lenguaje matemático, Conjuntos, Relaciones, Funciones y Aplicaciones*), uno por semana. Los estudiantes trabajaron por parejas, siguiendo el modelo de EAE presentado previamente. Si seguían teniendo dudas tras la interacción con sus iguales, podían acceder al foro del grupo clase o al chat del grupo.

Al finalizar cada semana, los estudiantes llevaban a cabo una autoevaluación mediante un formulario de respuesta que les facilitaba el tutor como modelo de resolución. Los estudiantes tenían que comparar el modelo con sus propias respuestas para poder identificar desviaciones, fortalezas y debilidades. Esta autoevaluación no se calificaba. El tutor estaba disponible en sesiones semanales de dos horas para asesorar y clarificar dudas. Respondía e interactuaba con los alumnos tanto sincrónicamente (sala de chat con toda la clase) como asincrónicamente (foro con toda la clase). Se estableció un sistema estricto de turnos para facilitar la interacción sincrónica en la sala de chat de todo el grupo. Cada pareja de estudiantes interactuaba con el tutor en turnos de veinte minutos. Los demás participantes asistían a la sesión de chat como observadores y tenían la oportunidad de «escuchar» hasta el cambio de turno. Este diseño didáctico se presenta más detalladamente en una publicación anterior (Remesal, Juárez y Ramírez, 2011).

5. Resultados: evidencias del desarrollo de habilidades por medio del uso de bases orientadoras de la acción

Para evaluar el desarrollo de las habilidades de los estudiantes, llevamos a cabo un análisis interpretativo de los siguientes aspectos discursivos (Lacity y Janson, 1994; Willig, 2004):

1. Las respuestas a los ejercicios.
2. Las preguntas planteadas en el foro y el chat.
3. Los comentarios realizados en la interacción entre estudiantes.
4. Los resultados de la autoevaluación semanal.

A continuación presentamos los resultados específicos del análisis de los datos 1 a 3, con un propósito más ilustrativo que exhaustivo.

En la siguiente secuencia podemos observar un ejemplo del desarrollo de capacidades de una estudiante, es decir, su proceso de interiorización (los participantes se citan con pseudónimo). En primer lugar, podemos ver cómo Lois empieza el análisis indicando qué definición ha utilizado para las funciones inversas; luego plantea sus dudas respecto a la estructura lógica. Finalmente le explica a Mary cómo interpreta la definición matemática en lenguaje natural. Sus explicaciones y dudas muestran la adquisición de una aptitud para organizar definiciones según el modelo ejemplificado en la BOA. En esta interacción asincrónica, la respuesta de Mary muestra cómo analiza parcialmente la definición. Primero propone la definición en lenguaje natural y luego en lenguaje matemático. Mary ofrece más elementos sobre lo que considera la estructura lógica de la definición. Concluye comentando los tipos de propiedades que una función debe satisfacer para tener una función inversa. A pesar de su análisis, no está segura de la exactitud de la estructura lógica que propone:

[Foro para grupo reducido. Autora Lois. 08/02 08:59]

«Hola Mary¹,

Cual definicion en lenguaje matematico usaste para la funcion inversa, yo use la siguiente pero no se cual sea su estructura lógica:

$$f^{-1}:B[A \mid x = f^{-1}(y),$$

lo que en lenguaje natural sería: una función inversa es cualquier regla o correspondencia que nos permita obtener los valores de

$$x \in A \text{ a partir de los valores de } y \in B$$

tienes alguna otra?»

[Foro para grupo reducido. Autora Mary. 08/02 11:27]

“¡Hola Lois! Buenos días,

Bueno pues a ver si te puedo ayudar vale...

Mira mi definicion en lenguaje natural me kedo asi...

Sea una función de A en B y B en A una función Inversa, si y solo si la función es Biyectiva, es decir la correspondencia de uno a uno y sobre del codominio. $f \Leftrightarrow f^{-1}$ en lenguaje matematico...

Es una función inversa o invertible.

$$f = f^{-1} \text{ Si,}$$

$$f: A \rightarrow B \text{ y } f^{-1}: B \rightarrow A \text{ si,}$$

$$f: A \rightarrow B (\forall x \exists y \wedge \forall y \exists x)$$

y en su estructura logica no esoy muy segura pero mira me keda..

$$P(x) \text{ ----> } Q(x) \text{ y } Q(x) \text{ ----> } P(x)$$

Bueno eso creo yo, mira por k leyendo la definicion es ke para que una funcion sea inversa, necesitas saber primero que sea una funcion, segundo si cuenta con las propiedades de inyectiva y sobreyectiva(biyectiva) para poder decir que $f: A \rightarrow B \text{ y } f^{-1}: B \rightarrow A$.

Bueno niña espero t haya ayudado y si no me dices y lo platicamos alo mejor stoy mal y asi nos sacamos las dudas vale...»

A través de la interacción entre iguales, compartiendo dudas y esforzándose conjuntamente para entender la BOA y manejar el contenido matemático en los múltiples espacios de comunicación del curso, los estudiantes demostraron interiorizar progresivamente estas habilidades. En los últimos módulos de este curso, la mayoría de alumnos generaron definiciones de acuerdo con la BOA a través de las siguientes acciones: primero, negando la función; segundo, traduciendo la función del lenguaje matemático al lenguaje natural y viceversa; tercero, representando las distintas formas de la función; y finalmente, representando la estructura lógica.

Por ejemplo, la siguiente intervención (figura 7) demuestra cómo Cinthya enuncia explícitamente la primera etapa de la BOA: «Primero está el análisis de las definiciones. Por favor, dime si voy bien». Algunas veces, el tutor intervenía activamente para recordar a los alumnos las acciones que estructuraban las BOA, orientándoles para conectarlas con el contenido. En la siguiente secuencia, por ejemplo, la estudiante muestra un primer reconocimiento de la estructura lógica de un enunciado. En consecuencia, el tutor interviene para recordarle una de las acciones de andamiaje relacionadas con la traducción de enunciados y el reconocimiento de su estructura lógica.

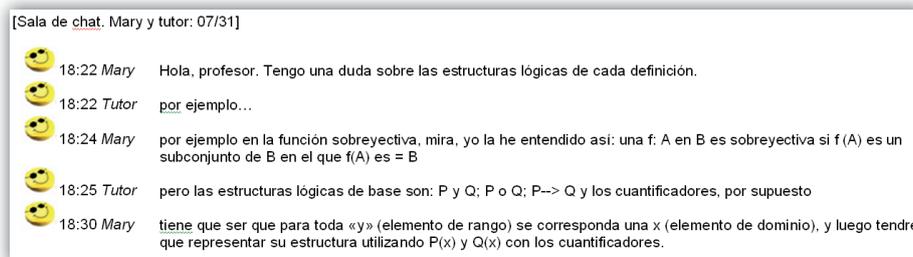


Figura 7: Ejemplo de las primeras etapas del uso de una BOA en una sesión de chat.

Después de las indicaciones del tutor respecto a las estructuras lógicas de base, Mary recuerda la necesidad de usar predicados y cuantificadores. No sólo el tutor ofrece retroalimentación y apoyo para resolver ejercicios; algunas veces, los demás estudiantes que participan en las sesiones de chat también contribuyen con su intervención.

Además del chat y de la interacción en el foro, los exámenes semanales que los estudiantes realizaban para cada unidad también daban cuenta del desarrollo de habilidades mediante el uso de la BOA. Por ejemplo, la figura 8 muestra parte de la respuesta de un estudiante a la primera pregunta del tercer examen. En este caso, empieza reescribiendo toda la BOA para el análisis de la definición. Luego resuelve el ejercicio por etapas.

La respuesta del estudiante muestra la primera etapa del análisis de la definición, expresada tanto en lenguaje natural como en lenguaje matemático. Inicia el análisis escribiendo las expresiones en ambos lenguajes en una tabla y concluye esta etapa proponiendo una forma distinta de expresar la definición en lenguaje natural y su correspondiente formalización en lenguaje matemático. El estudiante ha sido capaz de proponer su propia manera de describir el concepto de relación reflexiva y ha formalizado la definición en lenguaje matemático. Estas acciones demuestran de qué forma el estudiante utiliza la BOA y, por lo tanto, dan testimonio de su habilidad para traducir una frase expresada en lenguaje natural al lenguaje matemático.

Análisis de la definición: relación reflexiva

SAGS
Equipo Lambda

Para analizar la definición deben seguirse siete pasos:

- a) Distinguir entre la definición expresada en lenguaje natural y su expresión en lenguaje matemático.
- b) Identificar la entidad o entidades matemáticas contenidas en la definición.
- c) Analizar varias representaciones de la definición.
- d) Dar ejemplos de situaciones en que la definición o bien se cumple o no se cumple.
- e) Identificar la estructura lógica de la definición
- f) Establecer la negación de la definición.
- g) Encontrar equivalencias lógicas de la definición.

a) Distinguir entre la definición expresada en lenguaje natural y su expresión en lenguaje matemático.

Definición en lenguaje natural	Definición en lenguaje matemático
*La relación R es reflexiva si todo elemento del conjunto A está relacionado consigo mismo. *Una relación R en un conjunto A es reflexiva si todo elemento de A se relaciona consigo mismo.	Supongamos que A sea un conjunto no vacío. Supongamos que R sea una relación en A. R es reflexivo si y sólo si $\forall x(x \in A \Rightarrow xRx)$

Para completar este paso, debemos pensar en otras formas de señalar que una relación es reflexiva y expresarlo en lenguaje matemático.

«R es una relación reflexiva en A si y sólo si todos los elementos de A están relacionados consigo mismos a través de R»

RR= es el conjunto de relaciones reflexivas en A
R= una relación
 $R \in RR \Leftrightarrow \forall x(x \in A \Rightarrow xRx)$

Figura 8: Uso de la BOA para analizar una definición.

6. Conclusiones: evaluación del diseño del curso

En las últimas décadas se ha confirmado la necesidad de realizar cursos de apoyo (propedéuticos, o preparatorios) para promover la efectiva participación de los estudiantes mexicanos en el programa de máster del CENIDET (Ramírez, 1996; 2005). En la educación presencial, el desarrollo de habilidades matemáticas es una tarea compleja tanto para los profesores como para los alumnos. En consecuencia, ofrecer estos cursos en el contexto virtual es, de por sí, una empresa arriesgada. En concreto, el diseño didáctico y su implementación en un SGA constituyen un reto de primer orden para el profesorado de educación superior. En este curso, el diseño tecnopedagógico permitió anticipar la interacción de los participantes en el sistema, promoviendo la interacción sincrónica y asincrónica entre estudiantes seguida de una interacción sincrónica altamente estructurada entre el grupo y el tutor. Por un lado, desde el punto de vista pedagógico, esto fue posible gracias al modelo de EAE. Por el otro, a nivel tecnológico, estuvo facilitado por la flexibilidad del SGA y la incorporación de la aplicación WIRIS.

Sin embargo, lo más importante es que el diseño didáctico en línea presentado en este artículo sugiere fuertemente que la segunda generación de la TA ofrece elementos teóricos útiles para promover el desarrollo de habilidades mediante herramientas virtuales. A partir de la TA fue posible definir los objetivos del curso en cuanto a aptitudes, conocimientos y condiciones de acceso. Esto, a su vez, permitió centrarse en el desarrollo de habilidades, utilizando el contenido matemático como medio, en contraste con los planteamientos tradicionales de enseñanza de las matemáticas que suelen orientarse a la presentación de contenidos.

En trabajos anteriores hemos documentado la valoración positiva del curso por parte de los participantes (Remesal, 2008). Tras analizar las interacciones de los participantes en la plataforma virtual en relación con los ejercicios de traducción realizados tras haber facilitado las BOA, valoramos positivamente el diseño del curso respecto a tres importantes aspectos docentes. En primer lugar, en cuanto a la secuencia de contenido, el hecho de empezar con el dominio del lenguaje lógico y avanzar hacia la comprensión de textos matemáticos semiformalizados parece una estrategia muy apropiada para facilitar el desarrollo de las habilidades requeridas. En segundo lugar, la estructura y las normas de interacción tuvieron tres efectos positivos: (1) permitieron la resolución de ejercicios; (2) impulsaron la apropiación de contenido y el desarrollo de habilidades; y (3) fomentaron las relaciones sociales entre parejas de estudiantes físicamente distanciados. Y en tercer lugar, la incorporación de un software específico (WIRIS) ayudó a los participantes a superar dificultades para manejar expresiones lógico-matemáticas y pictográficas en la comunicación virtual escrita.

Sin embargo, la duración insuficiente del curso plantea una evidente limitación al pleno desarrollo de las habilidades previstas, ya que el desarrollo de éstas requiere una práctica gradual; de hecho, cinco semanas es un período de tiempo demasiado breve. En futuras ediciones de este curso, debería considerarse una mayor duración (hasta ocho semanas). Además, estamos estudiando tres posibles direcciones para las próximas etapas docentes y de investigación. Primero, es preciso realizar un estudio longitudinal para identificar cómo los alumnos utilizan la BOA para analizar las definiciones en el máster de Ciencias de la Computación después del curso propedéutico. Este proyecto longitudinal permitirá valorar la eficacia del curso preparatorio. Segundo, nuestra pretensión es ampliar el curso preparatorio a otros temas relacionados, como la lógica modal y la lógica dinámica, del programa de máster. Finalmente, en las próximas ediciones del curso se añadirán herramientas de audio y videoconferencia para determinar si su uso mejora la interacción entre los participantes.

Agradecimientos

Este proyecto ha sido financiado por una beca CUDI/CONACYT I0101/131/07 C-229-07.

La Dra. Ana Remesal es miembro del Grupo de investigación sobre desarrollo, interacción y comunicación en contextos educativos, financiado por la Generalitat de Catalunya desde 1995 (2009 SGR 933).

Nota

El idioma original de las interacciones de los alumnos es castellano en su variante mexicana. Los extractos se presentan en su forma original. Se mantienen los nombres anonimizados.

Bibliografía

- ANTONINI, S. (2001). «Negation in mathematics: obstacles emerging from an exploratory study». *Proceedings of the 25th PME Conference*. Universitat d'Utrecht. Págs. 49-56.
- BARKER-PLUMMER, D.; COX, R.; DALE, R.; ETCHMENDY, J. (2008). «An empirical study of errors in translating natural language into logic». *Proceedings of the 30th Annual Meeting of the Cognitive Science Society/CogSci*. Págs. 505-510.
- BOCA, P.; BOWEN, J. P.; DUCE, A. (eds.) (2006). *Teaching Formal Methods: Practice and Experience*. Electronic Workshops in Computing (eWiC) series. Londres: BCS London Office.
- DURAND-GUERRIER, V. (2003). «Which notion of implication is the right one? From logical considerations to a didactic perspective». *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 53, pàgs. 5-34.
- DURAND-GUERRIER, V.; BEN-KILANI, I. (2004). «Négation grammaticale versus négation logique dans l'apprentissage des mathématiques. Exemple dans l'enseignement secondaire Tunisien». *Les Cahiers du Français Contemporain*. Vol. 9, pàgs. 29-55.
- ENGESTRÖM, Y. (1987). *Learning by expanding: An activity-theoretical approach to developmental research*. Helsinki: Orienta-Konsultit Oy.
- ENGESTRÖM, Y. (2000). «Activity theory and the social construction of knowledge: A story of four umpires». *Organization*. Vol. 7, nº 2, pàgs. 301-310.
- GALPERIN, Y. (1969). «Stages in the development of mental acts». En: M. COLE, I. MALTZMAN (eds.). *A handbook of contemporary Soviet psychology*. Nueva York: Basic Books. Págs. 249-273.
- JUAN, A. A.; HUERTAS, A.; STEEGMANN, C.; CORCOLES, C.; SERRAT, C. (2008). «Mathematical e-learning: state of the art and experiences at the Open University of Catalonia». *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. Vol. 39, nº 4, pàgs. 455-471.
- JUÁREZ, M.; RAMÍREZ, J. L. (2010). «Colaborar para aprender y enseñar matemáticas online». *Didac*. Nº 56-57, pàgs. 71-75.
- JUNGK, W. (1981). *Conferencias sobre la enseñanza de la matemática*. La Habana: Ministerio de Educación.
- LAVE, J.; WENGER, E. (1991). *Situated Learning: legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- LACITY, M. C.; JANSON, M. A. (1994). «Understanding qualitative data. A framework for text analysis methods». *Journal of Management Information Systems*. Vol. 11, nº 2, pàgs. 137-155.
- LEONTIEV, A. N. (1984). *Actividad, Conciencia y Personalidad*. México: Cartago.
- MAURI, T.; COLOMINA, R.; DE GISPERT, I. (2009). «Diseño de propuestas docentes con TIC en la enseñanza superior: nuevos retos y principios de calidad desde una perspectiva socioconstructivista». *Revista de Educación*. Vol. 348, pàgs. 377-399.

- MERISOTIS, J. P.; PHIPPS, R. A. (2000). «Remedial education in colleges and universities. What's really going on?» *The Review of Higher Education*. Vol. 4, nº 1, págs. 67-85.
- MEYER, A.; RUBINFELD, R. (2005). *Mathematics for computer science* [notas del curso]. MITOPENCOURSEWARE. Massachusetts Institute of Technology.
<<http://ocw.mit.edu/OcwWeb/Electrical-Engineering-and-Computer-Science/6-042JFall-2005/CourseHome/index.htm>>
- RAMÍREZ, J. L. (1996). *Reporte del proyecto: «Estructuración de una metodología para la enseñanza de las matemáticas discretas para la maestría en ciencias de la computación en el CENIDET»* [informe interno, notas del curso]. CENIDET. Departamento de Desarrollo Académico.
- RAMÍREZ, J. L. (2005). *Reporte del proyecto: «Identificación de dificultades en los cursos de matemáticas de los programas de maestría del CENIDET»* [informe interno]. CENIDET. Departamento de Desarrollo Académico.
- REMESAL, A. (2008). *Lectura de textos semi-formalizados de matemáticas para computación. Informe técnico de evaluación* [informe interno]. CENIDET/Universidad de Barcelona.
- REMESAL, A.; JUÁREZ, M.; RAMÍREZ, J. L. (2011). «Technopedagogical design versus reality in an inter-institutional online remedial course» [artículo en línea]. *EARLI 2011 Education for a Global Networked Society*.
<<http://aremor.wordpress.com/publications-2/>>
- SAMARAS, A. P.; GISMONDI, S. (1998). «Scaffolds in the field: Vygotskian interpretation in a teacher education program». *Teaching and Teacher Education*. Vol. 14, nº 7, págs. 715-733.
- SELDEN, A.; SELDEN, J. (1996). «The role of logic in the validation of mathematical proofs». *Proceedings of The DIMACS Symposium on Teaching Logic and Reasoning in an Illogical World*. Rutgers University.
- SLAVIN, R. E. (1994). *Cooperative Learning. Theory, Research, and Practice*. Boston: Allyn and Bacon.
- SMITH, G. G.; FERGUSON, D.; GUPTA, S. (2004). «Diagrams and math notation in e-learning: Growing pains of a new generation». *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. Vol. 35, nº 1, págs. 681-695.
- SUTNER, K. (2005). *CDM: Teaching discrete mathematics to computer science majors*. Carnegie Mellon University.
<<http://www.cs.cmu.edu/~esutner/papers/jeric.pdf>>
- TALLIZINA, N. F. (1988). *Los fundamentos de la educación superior*. México: UAM-Ángeles Editores.
- VALVERDE, L. (1990). *Un método para contribuir a desarrollar la habilidad fundamental-demostrar una proposición matemática* [tesis doctoral no publicada]. Universidad de la Habana.
- VYGOTSKY, L. S. (1988). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Grijalbo.
- WILLIG, C. (2004). *Introducing qualitative research in psychology. Adventures in theory and method*. Fildelfia: Open University Press.

Sobre los autores

José Luis Ramírez

jlram@cenidet.edu.mx

CENIDET (México)

José Luis Ramírez Alcántara es licenciado en Matemática Educativa por la Universidad Autónoma de Guerrero, México. Obtuvo el grado de Maestría en Matemática Educativa en el CINVESTAV, México, y actualmente realiza estudios de doctorado de Didáctica de las Matemáticas en la Universidad Autónoma de Barcelona. Durante 15 años ha impartido cursos de matemáticas, investigación educativa y metodología de la enseñanza de las matemáticas en programas de licenciatura y maestría. En el CENIDET ha colaborado con el Departamento de Ciencias Computacionales impartiendo los cursos de Matemáticas discretas (MD) y Teoría de la computación. Actualmente trabaja en la línea de investigación *Procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación superior en entornos virtuales: e-learning y b-learning*.

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET)

Interior Internado Palmira S/N

Col. Palmira Cuernavaca, Morelos. D.R.

C.P. 62490

México

Manuel Juárez

juarezmanuel@cenidet.edu.mx

CENIDET (México)

Manuel Juárez es licenciado en Psicología, maestro en computación y doctor en Ciencias de la Educación por el Departamento de Investigaciones Educativas del CINVESTAV – IPN de México. Su tesis de doctorado versa sobre la utilización del CSCL en procesos de enseñanza de las ciencias a distancia. En el CENIDET ha desarrollado proyectos relacionados con la enseñanza de las matemáticas en línea, en programas de actualización docente en el área de las matemáticas y en el uso de las TIC para la enseñanza en ingeniería. Es miembro de la Red TIC del CONACYT y actualmente trabaja en la línea de investigación *Procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación superior en entornos virtuales: e-learning y b-learning*.

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET)

Interior Internado Palmira S/N

Col. Palmira Cuernavaca, Morelos. D.R.

C.P. 62490

México

Ana Remesal

aremesal@ub.edu

Universidad de Barcelona

Ana Remesal es licenciada en Psicopedagogía y doctora en Psicología de la Educación por la Universidad de Barcelona. Defendió su tesis en el ámbito de la evaluación del aprendizaje matemático en las etapas obligatorias de la educación. Es miembro del grupo GRINTIE, dirigido por el doctor César Coll. En el seno de este grupo ha participado en diferentes proyectos de investigación y de innovación docente relacionados con las nuevas tecnologías, y particularmente con el aprendizaje colaborativo apoyado por contextos virtuales. Ha colaborado en diversos cursos del CENIDET como auditora-asesora. A día de hoy, imparte docencia en la Facultad de Formación del Profesorado de la Universidad de Barcelona.

Universidad de Barcelona

Facultad de Formación del Profesorado

Passeig de la Vall d'Hebron, 171

08035 Barcelona

España

<http://www.psyed.edu.es/grintie/>



Los textos publicados en esta revista están sujetos –si no se indica lo contrario– a una licencia de Reconocimiento 3.0 España de Creative Commons. Puede copiarlos, distribuirlos, comunicarlos públicamente y hacer obras derivadas siempre que reconozca los créditos de las obras (autoría, nombre de la revista, institución editora) de la manera especificada por los autores o por la revista. La licencia completa se puede consultar en <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/es/deed.es>.

Monográfico «Aprendizaje virtual de las matemáticas»**ARTÍCULO****Formación a distancia
para profesores de matemáticas:
la experiencia de EarlyStatistics****Maria Meletiou-Mavrotheris**

m.mavrotheris@euc.ac.cy

Profesora asociada del Departamento de Ciencias de la Educación,
Universidad Europea de Chipre**Ana Serradó Bayés**

ana.serrado@gm.uca.es

Profesora de educación secundaria, formadora de profesorado en ejercicio,
La Salle-Buen ConsejoFecha de presentación: julio de 2011
Fecha de aceptación: noviembre de 2011
Fecha de publicación: enero de 2012**Cita recomendada**

MELETIOU-MAVROTHERIS, Maria; SERRADÓ, Ana (2012). «Formación a distancia para profesores de matemáticas: la experiencia de EarlyStatistics». En: «Aprendizaje virtual de las matemáticas» [monográfico en línea]. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento (RUSC)*. Vol. 9, n.º 1, págs. 150-165 UOC. [Fecha de consulta: dd/mm/aa].

<<http://rusc.uoc.edu/ojs/index.php/rusc/article/view/v9n1-meletiou-serrado/v9n1-meletiou-serrado>>

ISSN 1698-580X

Resumen

Las potencialidades que ofrecen las modernas tecnologías de internet brindan nuevas oportunidades a la formación inicial y permanente del profesorado de matemáticas, que permiten superar las limitaciones impuestas por recursos cada vez más escasos y por la ubicación geográfica, y que para este colectivo geográficamente disperso significan el acceso a un aprendizaje de calidad, económico y compatible con el resto de actividades. Este artículo se centra en cómo aprovechar eficazmente las herramientas de comunicación e información disponibles en línea para mejorar la calidad y la eficiencia de la formación del profesorado en la educación de estadística. En primer lugar, describimos los principales problemas y retos pedagógicos de la educación a distancia en general, y de la formación de profesorado en línea en particular. A continuación, ofrecemos una visión general de EarlyStatistics, un curso virtual de desarrollo profesional para la educación estadística dirigido al profesorado de educación primaria y primeros cursos de secundaria (de 6 a 14 años), y las principales conclusiones derivadas de la edición piloto del curso. Concluyen el artículo algunas sugerencias educativas.

Palabras clave

enseñanza de estadística, aprendizaje virtual, aprendizaje mixto, formación del profesorado

Distance Training of Mathematics Teachers: The EarlyStatistics Experience

Abstract

The affordances offered by modern Internet technologies provide new opportunities for the pre-service and in-service training of mathematics teachers, making it possible to overcome the restrictions of shrinking resources and geographical locations, and to offer, in a cost-effective and non-disruptive way, high-quality learning experiences to geographically dispersed teachers. This article focuses on how information and communication tools made available online could be exploited effectively to help improve the quality and efficiency of teacher training in statistics education. First, it describes the main pedagogical issues and challenges underlying distance education in general, and online teacher training in particular. Then, it provides an overview of EarlyStatistics, an online professional development course in statistics education targeting European elementary and middle school teachers, and the main lessons learned from the pilot delivery of it. The article concludes with some instructional implications.

Keywords

statistics education, e-learning, blended learning, teacher training

1. Introducción

En los últimos años se ha reconocido que para una formación más efectiva del profesorado de matemáticas en cuanto a la consecución de verdaderos cambios en la práctica de aula es necesario fomentar oportunidades de desarrollo profesional y continuado, que se acumulen y se mantengan a lo largo de toda la trayectoria profesional de los docentes (Joubert, 2009). Las dificultades de orden económico y logístico que entraña la formación presencial del profesorado, así como la necesidad de un desarrollo profesional adaptable a los complicados horarios de los profesores y que a veces

recurre a potentes recursos a menudo no disponibles localmente han impulsado la creación de programas de desarrollo profesional en línea para docentes (Dede, 2006).

En este artículo se analizan las posibilidades que ofrecen las herramientas de información y comunicación que las modernas tecnologías de internet ponen a nuestro alcance para mejorar la calidad de la formación inicial y permanente del profesorado en enseñanza de estadística. En primer lugar, describimos los principales problemas y retos pedagógicos de la educación a distancia en general, y de la formación de profesorado en línea en particular. A continuación, ofrecemos una visión general de EarlyStatistics, programa financiado por la Unión Europea que utiliza la educación a distancia para la formación de profesores en educación estadística. Concluyen el artículo algunas implicaciones para la formación de profesores a distancia.

2. Educación a distancia: principales perspectivas y retos pedagógicos

Las instituciones educativas de todos los niveles, incluso las más destacadas universidades dedicadas a la investigación, se muestran cada vez más implicadas en las iniciativas de educación a distancia. Aumenta la oferta de cursos virtuales de una gran variedad de disciplinas, incluidas las matemáticas y la estadística, y probablemente seguirá en aumento debido a un acceso a internet cada vez mayor y a la importancia que está adquiriendo actualmente el aprendizaje permanente.

En la literatura especializada se han descrito varias de las ventajas de la educación a distancia. Esta ofrece flexibilidad y adaptabilidad, pues permite a sus usuarios decidir dónde y a qué ritmo quieren estudiar, cuánto tiempo van a dedicar a los estudios y el contenido de estos. Por otra parte, la opción de estudiar a distancia da al alumnado la oportunidad de participar en cursos impartidos por destacados expertos en su campo de estudio (Evans, 2007). Además, desde el punto de vista de la educación estadística, la formación en la Red crea oportunidades únicas para enriquecer la docencia de esta materia. Internet ofrece una amplia variedad de herramientas y recursos que pueden utilizarse para entender mejor los conceptos estadísticos. Por ejemplo, las miniaplicaciones Java interactivas y los experimentos en laboratorios virtuales de estadística permiten visualizar las ideas estadísticas y las simulaciones prácticas con un gran potencial pedagógico (Vermeire, 2002). Varios profesores de estadística hacen referencia al uso de herramientas y recursos tecnológicos en sus cursos en línea (Everson, 2008).

A pesar de las indiscutibles ventajas de los programas en línea y de la proliferación que han experimentado en los últimos años, su calidad sigue cuestionándose, ya que según las investigaciones la efectividad de la educación a distancia es variable e irregular (Evans, 2007). Aunque la mayoría de los estudios indican que quienes participan en cursos con algún componente en línea presentan niveles de rendimiento y satisfacción parecidos a los de quienes participan en cursos presenciales tradicionales (Dutton, 2005), cada vez son más las pruebas que demuestran que muchos cursos de aprendizaje a distancia basados en internet no responden a las expectativas.

En los primeros intentos de enseñanza a través de internet se daba por supuesto que bastaba una página atractiva con algunas aplicaciones en línea y multimedia interesantes para que se produjera

el aprendizaje. Hoy sabemos que los buenos resultados de un curso de aprendizaje a distancia dependen de múltiples factores. Algunos elementos que integran el diseño de un curso basado en la Red –el contenido y la estructura del curso, la presentación de los materiales en línea y el grado de interacción entre profesores y alumnos, así como entre los propios alumnos– son importantes factores que influyen en el aprendizaje y la actitud de los estudiantes (Tudor, 2006). Otro criterio importante para evaluar los buenos resultados de una formación estadística en línea es la medida en que la enseñanza permite a los alumnos experimentar la práctica de la estadística y utilizar herramientas estadísticas en los problemas de la vida real (Vermeire, 2002).

Aparte de los problemas y consideraciones generales relativos a la enseñanza de estadística a distancia, la formación a distancia para el profesorado de dicha materia plantea algunos problemas específicos. Por ejemplo, uno de los principales problemas a los que se enfrentan los responsables de desarrollar programas en línea para la formación del profesorado es cómo aprovechar mejor la gran variedad de herramientas y tecnologías actuales de las redes sociales para fomentar la creación de comunidades de docentes en línea en tanto que vehículos para el aprendizaje y el desarrollo del profesorado. Las investigaciones en este terreno indican que las comunidades de práctica en línea son un modelo muy prometedor para la formación tanto inicial como permanente del profesorado en matemáticas (por ejemplo: Cady, 2009). El potencial de estas comunidades para ayudar al desarrollo profesional del profesorado es enorme puesto que sitúa a los educadores en el centro de su aprendizaje, lo cual estimula su independencia y el aprendizaje autodirigido. Las comunidades de práctica en línea no solo facilitan la comunicación sino también el descubrimiento, la configuración y la compartición de conocimientos colaborativamente. Al mismo tiempo las actuales investigaciones destacan varias de las dificultades que plantean la construcción y el mantenimiento de comunidades en línea para el aprendizaje profesional compartido.

A pesar del entusiasmo y el ánimo que suelen mostrar los participantes en una primera fase, muchas comunidades de práctica en línea no llegan a prosperar (Riverin, 2007). Zhao (2001), por ejemplo, después de revisar 28 estudios, informaron de que eran pocas las pruebas concluyentes que demostraran el uso eficaz de las comunidades de reflexión en línea. Otros estudios (McGraw, 2007) indican que hay varios aspectos que casi siempre son un obstáculo para la creación de comunidades entre los profesores participantes y para su mantenimiento, como barreras al acceso, usabilidad, sociabilidad, falta de tiempo para participar en los debates en línea y el idioma. Si bien en la literatura especializada está bien documentado que, en educación estadística, el debate y un aprendizaje activo en la clase de estadística pueden ayudar a los alumnos a aprender a pensar y a razonar mejor sobre los conceptos estadísticos, se ha demostrado que incorporar estos importantes elementos de aprendizaje a los cursos en línea es complicado (Everson, 2008).

Gould (2005), tras la primera edición de INSPIRE, un curso a distancia de desarrollo profesional dirigido a nuevos profesores de estadística de educación secundaria de Estados Unidos, uno de cuyos principales objetivos era la construcción de una comunidad, sufrieron una decepción al comprobar que el nivel de interacción entre los alumnos del curso era mucho menor de lo que esperaban. Otro programa que ha obtenido mejores resultados, uno de cuyos objetivos es también construir una comunidad para la formación a distancia de profesores de estadística, es el llamado

Becoming a Teacher of Statistics (Convertirse en profesor de estadística). Se trata de un curso en línea dirigido a graduados y ofrecido por la Universidad de Minnesota que prepara para introducción a la estadística, materia que se imparte en educación secundaria y universitaria (Garfield, 2009). Este curso, que al principio fue presencial, más adelante se convirtió en un curso en línea para que fuera accesible a una gama más amplia de profesores, antes de empezar a ejercer como docentes y durante el ejercicio de la docencia. La primera edición del curso en línea se impartió en la primavera de 2008 y obtuvo resultados muy prometedores. La evaluación del curso también indicó unos buenos resultados, y la experiencia del alumnado participante fue paralela a la obtenida en las clases presenciales.

3. Experiencias de formación del profesorado a distancia en Europa

En la sociedad moderna basada en la información los conceptos estadísticos ocupan un lugar cada vez más importante en los programas de matemáticas europeos. Sin embargo, esta materia se ha introducido en los programas de matemáticas corrientes sin que se haya prestado la suficiente atención al desarrollo profesional de los docentes que la impartirán. Está ampliamente demostrado que muchos profesores, tanto antes de ejercer como en activo, presentan una comprensión de los conceptos estadísticos escasa y una preparación insuficiente para transmitirlos (por ejemplo: Espinel, 2008).

En este apartado presentamos una breve descripción de las principales experiencias derivadas de la implantación del programa EarlyStatistics, financiado por la Unión Europea: *Enhancing the Teaching and Learning of Early Statistical Reasoning in European Schools* (226573-CP-1-2005-1-CY-COMENIUS-C21). EarlyStatistics ha aprovechado las potencialidades de las tecnologías del aprendizaje abierto y a distancia para mejorar la calidad de la enseñanza de estadística en las escuelas europeas. El consorcio del proyecto, integrado por cinco instituciones de educación superior en cuatro países (Chipre, Grecia, Noruega y España), creó el curso, impartió una edición piloto y lo está ofreciendo actualmente. Se trata de un curso de desarrollo profesional en línea dirigido a profesores de matemáticas de enseñanza primaria y primeros cursos de secundaria (de 6 a 16 años) de Europa, y es el primero de este tipo que se imparte en Europa. Su objetivo es ayudar al profesorado a mejorar sus conocimientos de estadística, tanto pedagógicos como de contenido, mediante la exposición a metodologías y recursos de aprendizaje innovadores, y el intercambio transcultural de experiencias e ideas.

Antes de ofrecer EarlyStatistics a la comunidad educativa europea, se realizó una prueba piloto del curso y de los recursos que lo acompañan en tres de los países participantes en el proyecto (Chipre, Grecia y España). Participaron en el curso piloto catorce profesores. Para evaluar la aplicabilidad y el éxito del curso también se realizó un seguimiento de la experimentación en el aula. Los profesores participantes en la prueba desarrollaron y aportaron experiencias docentes propias en las que habían utilizado herramientas y recursos que se les proporcionaron en el curso. La revisión del curso se basó en los informes recibidos sobre el curso piloto, y tras la revisión el curso se incorporó a la base de

datos del programa *Lifelong Learning Training* de la Unión Europea para ser ofrecido en toda Europa. Actualmente EarlyStatistics se ofrece a la comunidad educativa europea dentro del programa Comenius como curso de formación permanente dirigido a profesores de matemáticas de enseñanza primaria y primeros cursos de secundaria (de 6 a 14 años). El curso ya ha tenido dos ediciones. El consorcio prevé continuar ofreciéndolo en los próximos años, y facilitar así el acceso al curso a un mayor número de profesores de matemáticas que dan clases de estadística.

A continuación presentamos una visión general del diseño de EarlyStatistics y un resumen de los principales descubrimientos derivados de la impartición del curso piloto.

Diseño del curso EarlyStatistics

Contenido y estructura del curso

El diseño de EarlyStatistics se basa en el aprendizaje participativo y colaborativo. Los profesores mejoran y enriquecen sus conocimientos sobre estadística y su enseñanza mediante prácticas activas en el ordenador, experimentación, uso intensivo de simulaciones y visualizaciones, retroalimentación entre alumnos y reflexión. Al ser profesores en ejercicio pueden aplicar lo que aprenden en sus aulas reales respectivas.

La duración de EarlyStatistics es de 13 semanas y consta de seis módulos. El objetivo de los módulos 1 a 3 (semanas 1 a 6) es aumentar los conocimientos estadísticos de los participantes y mejorar los aspectos pedagógicos de la materia. Para ello se expone al alumnado a situaciones de aprendizaje, tecnologías y programas parecidos a los que utilizarían en sus propias aulas. Para estructurar la presentación de los contenidos se ha utilizado el «Framework for Teaching Statistics within the K-12 Mathematics Curriculum» (Franklin, 2007). La estadística se presenta como un proceso de investigación en el que intervienen cuatro componentes: (i) aclaración del problema planteado y formulación de preguntas que pueden responderse con datos; (ii) diseño y uso de un plan para recoger los datos pertinentes; (iii) selección de métodos gráficos o numéricos apropiados para analizar los datos; (iv) interpretación de los resultados. Para ayudar a los profesores a ir más allá de la memoria procedimental y adquirir un cuerpo de conocimientos bien organizado, el curso hace hincapié e insiste en una serie de ideas estadísticas fundamentales. A través de su participación en actividades educativas reales como proyectos, experimentos, exploraciones informáticas con datos reales y ficticios, trabajo en grupo y debates, los participantes aprenden dónde y cómo aplicar las «grandes ideas» estadísticas, y desarrollan una serie de metodologías y recursos para que su enseñanza sea eficaz.

En los módulos 4 a 6 (semanas 7 a 13) el centro de interés es la implementación en el aula. Los profesores personalizan y amplían los materiales que se les han proporcionado, y los aplican en sus propias aulas con la ayuda del equipo de diseño. Una vez concluida su experimentación docente, informan sobre su experiencia a los demás profesores del grupo, y también aportan secuencias grabadas en vídeo y ejemplos de las tareas que han realizado sus alumnos en tanto que objetos de reflexión y evaluación del grupo.

Cada módulo incluye una serie de actividades, lecturas y contribuciones al debate así como la realización de tareas en grupo y/o individuales. Tanto los debates como las tareas se estructuran de

forma que se establezcan explícitamente vínculos entre la teoría y la práctica. Los temas de reflexión crean situaciones para que los profesores participantes examinen la materia desde un punto de vista crítico y para que establezcan nuevas conexiones entre la teoría y sus experiencias personales y profesionales. El ejercicio titulado «Encuesta sobre la marihuana» que se presenta en la figura 1, extraído de Watson (2010), es representativo del tipo de actividades que los profesores llevan a cabo durante el curso.

Lee atentamente el ejercicio siguiente:

Encuesta sobre la despenalización del uso de drogas

Cerca de un 96 por ciento de las llamadas telefónicas recibidas en la emisora joven Triple J dicen que la marihuana debería ser despenalizada en Australia.

Según los resultados de la encuesta telefónica realizada entre los oyentes, que finalizó ayer, 9.924 llamadas –de las más de 10.000 recibidas– se pronunciaban a favor de la despenalización, de acuerdo con fuentes de la emisora.

Solo 389 llamadas decían que poseer drogas tenía que seguir considerándose un delito.

Según afirmaron fuentes de Triple J, muchos de los participantes en la encuesta remarcaron que aunque no fumaban marihuana creían que debía despenalizarse su uso.

¿Creéis que la muestra presentada es una forma fiable de buscar apoyo público para la despenalización de la marihuana? ¿Por qué sí o por qué no?

1. ¿Cuáles son las grandes ideas estadísticas de este problema?
2. ¿Puedes poner un ejemplo de una respuesta correcta y de una respuesta incorrecta que podrían dar tus alumnos?
3. ¿Qué oportunidades te ofrece este problema en relación con la enseñanza de estadística?
4. Un alumno dio esta respuesta: «Sí, porque 10.000 personas son suficientes para obtener una media precisa del punto de vista de la gente» ¿Cómo lo harías para conseguir que este alumno avanzara en su razonamiento?
5. Un estudiante dio esta respuesta: «No, porque en Australia no vota todo el mundo». ¿Cómo lo harías para conseguir que este alumno avanzara en su razonamiento?
6. Un estudiante dio esta respuesta: «No, porque algunas personas puede que mientan». ¿Cómo lo harías para conseguir que este alumno avanzara en su razonamiento?

Figura 1: Encuesta sobre la marihuana (Watson, 2010)

Las actividades que se desarrollan en el curso dan lugar a una reflexión crítica sobre la práctica pedagógica y la interacción productiva entre los participantes del curso. Miembros del consorcio de EarlyStatistics con experiencia en la enseñanza de estadística ayudan a lograr una experiencia de aprendizaje más profunda dirigiendo los debates, estimulando a los participantes para que su implicación sea plena y atenta y dándoles *feedback*.

Opciones multimedia y tecnológicas

El método de aprendizaje utilizado en el curso piloto de EarlyStatistics es mixto. Al principio del curso se organiza una reunión presencial a la que asisten todos los participantes. Profesores de toda Europa se reúnen para asistir a un seminario de una semana de duración (pueden pagar su coste solicitando una ayuda económica para formación permanente). Primero se presenta a los participantes los objetivos y el marco pedagógico del curso. A continuación se les familiariza con las prestaciones del entorno de aprendizaje electrónico y, lo que es más importante, tienen la oportunidad de conocerse y relacionarse.

El resto del curso se imparte en línea con el apoyo de textos, ilustraciones, animaciones, audios, vídeos y actividades de resolución de problemas interactivas y basadas en diferentes tecnologías. La finalidad del contenido y los servicios educativos de la base de información del proyecto es docente, de apoyo y de coordinación. Además del contenido del curso, la página <http://www.earlystatistics.net/> ofrece acceso a otros enlaces y recursos:

- *Materiales educativos basados en diferentes tecnologías* para la docencia y el aprendizaje de estadística.
- *Una colección de vídeos digitales de casos* cuyo contenido son episodios de enseñanza reales, obtenidos en las aulas de los profesores que participan en el curso piloto.
- *Una base de datos que contiene muestras de tareas realizadas por estudiantes* desarrollada a partir de las contribuciones de los profesores participantes.
- *Herramientas de colaboración* para el dialogo y el apoyo entre los profesionales: correo electrónico, teleconferencias, chats, fórums de debate, wikis, etc.
- *Archivos de debates en fórums.*
- *Informes y artículos derivados del proyecto.*
- *Enlaces a recursos de enseñanza de estadística* disponibles en internet.
- *Interfaces multilingües* (inglés, griego y español) para superar parcialmente las barreras lingüísticas.

Para poder ofrecer flexibilidad a los profesores y teniendo en cuenta las diferentes zonas horarias, la mayor parte del curso se imparte asincrónicamente. También hay una parte de comunicación síncrona en la cual se utilizan diferentes tecnologías como audios y videos en tiempo real y videoconferencias.

Una parte fundamental del diseño del curso es la integración funcional de la tecnología y las ideas centrales del currículo, y en concreto la integración de software educativo de estadística (programas dinámicos como Tinkerplots© y Fathom©) y de una serie de actividades y recursos en línea

(simulaciones, animaciones, videoclips, etc.). La finalidad de estos últimos es estimular e involucrar a los profesores además de brindarles la oportunidad de configurar e investigar problemas del mundo real relacionados con la estadística.

Evaluación de EarlyStatistics

Una parte integral del diseño del proyecto de EarlyStatistics fue la evaluación. El proceso evaluativo se efectuó en todas y cada una de las fases del desarrollo del proyecto para garantizar que todas las actividades clave se realizaran puntualmente y con eficacia, y para identificar en el momento oportuno todas las revisiones o mejoras necesarias de las metodologías, de los productos y de los resultados del proyecto. Se utilizaron para ello herramientas, protocolos y servicios de evaluación formativos y sumativos, y se llevó a cabo internamente y externamente. La principal evaluación externa se realizó durante la impartición del curso piloto y el seguimiento de la experimentación en el aula. Se utilizaron muchas formas de evaluación para poder recoger y documentar los cambios que se producían en los conocimientos estadísticos del profesorado, tanto en el aspecto docente como de contenido, en su actitud respecto a la materia y en sus prácticas docentes como resultado de su participación en el curso: cuestionarios previos y posteriores al curso, grabación de videos en las aulas, entrevistas entre alumnos y profesores, muestras de trabajos de alumnos y uso de estadísticas generadas automáticamente por la base de datos en línea.

La información proporcionada por los grupos de usuarios de todos los países participantes en el curso piloto de EarlyStatistics, así como la información procedente de expertos externos en enseñanza de estadística sobre el contenido, los servicios y la aproximación didáctica del curso fue en general muy positiva. Las conclusiones fundamentales derivadas del análisis de la respuesta de los usuarios fueron que EarlyStatistics es muy útil como ayuda a los profesores para mejorar sus conocimientos estadísticos, pedagógicos y de contenido, gracias a los materiales y servicios interactivos basados en múltiples tecnologías que enriquecen el proceso de enseñanza y aprendizaje, y gracias también a la oportunidad que tienen los participantes en el curso de colaborar con otros profesores e iniciar así la construcción de una comunidad de práctica. Por otra parte, las informaciones obtenidas de las experiencias docentes en las aulas de los participantes en el curso sugieren avances positivos en los resultados de aprendizaje de los alumnos y en su actitud respecto a la estadística (para más detalles véase Chadjipadelis, 2008).

En el cuestionario repartido a los profesores al finalizar el curso piloto y en las entrevistas de seguimiento, se les pedía que indicasen «lo que más te ha gustado del curso EarlyStatistics». Los catorce participantes en el curso valoraron positivamente la flexibilidad y la adaptabilidad que permite la educación a distancia. Todos ellos consideraron que el hecho de que EarlyStatistics se impartiera a distancia era una ventaja puesto que les permitía decidir desde dónde estudiaban, a qué ritmo y en qué momento: «Es un tipo de formación que no impone límites ni restricciones a la libertad del profesor»; «cada cual decide la carga de trabajo que más le conviene»; «puedes seguir tu propio ritmo de trabajo». Por otra parte, algunos profesores indicaron que la opción a distancia les daba la oportunidad de asistir a un curso de educación estadística impartido por expertos en la materia de diferentes países europeos.

El fomento de la comunicación y la colaboración entre profesores fue uno de los aspectos de EarlyStatistics que todos los participantes en el curso consideraron un punto fuerte del programa. A los participantes les gustó mucho relacionarse con los demás profesores así como poder compartir experiencias: «Me gustó la interacción con los otros profesores. Es útil compartir nuestras ideas y problemas con otros profesores de diferentes niveles educativos». En concreto, los profesores valoraron el hecho de que EarlyStatistics les había permitido compartir contenidos, ideas y estrategias pedagógicas con profesores procedentes de diferentes países y de distintos sistemas educativos gracias a la comunicación a través de tecnologías informáticas. «Es positivo “escuchar” a colegas de otros países que se enfrentan a problemas parecidos a los tuyos y que a veces, gracias a un punto de vista diferente sobre determinado aspecto, proponen ideas que a ti no se hubieran ocurrido».

Otro aspecto de EarlyStatistics que los profesores valoraron también muy positivamente es que los diálogos y los trabajos del curso se diseñaron centrando el interés de los participantes, y en el establecimiento de vínculos explícitos entre la teoría y la práctica utilizando las propias experiencias de los profesores como recursos de aprendizaje. Varios participantes en el curso señalaron que el desarrollo profesional que les ofrecía EarlyStatistics estaba orientado a las necesidades docentes de sus puestos de trabajo porque estaba profundamente contextualizado en su actividad profesional: «Es un tipo de formación que respeta la experiencia profesional de los profesores y contribuye a la mejora de su tarea educativa a través del enriquecimiento de experiencias y del intercambio de opiniones con otros profesores que trabajan en entornos culturales y educativos diferentes».

El proyecto EarlyStatistics ganó, ex aequo con Maths4Stats (un proyecto colaborativo coordinado por Statistics South Africa), el Premio al Mejor Proyecto Colaborativo en Educación Estadística (*Best Cooperative Project Award in Statistical Literacy*) de 2009, un prestigioso premio que cada dos años concede la International Association of Statistics Education (IASE) «en reconocimiento a proyectos educativos de estadística destacados, innovadores e influyentes que afecten a un amplio segmento del público general».

A pesar de los buenos resultados generales obtenidos en el curso piloto, también se han detectado algunos defectos. La mayor dificultad que tuvo el consorcio fue conseguir la construcción de una comunidad en línea de profesionales de la enseñanza, lo cual era uno de los principales objetivos de EarlyStatistics. Desde el comienzo del proyecto éramos plenamente conscientes de las dificultades que entraña desarrollar una comunidad de estas características, de que crear un grupo de debate y proporcionar tecnología no conduce automáticamente a establecer relaciones ni a cohesionar un grupo (Gordon, 2007). La experiencia obtenida gracias al curso piloto nos alertó sobre el hecho de que la creación de comunidades, especialmente en un contexto transcultural, es muy difícil. Aunque utilizamos varias estrategias para fomentar el diálogo y la colaboración entre profesores, sufrimos una decepción parecida a la de Gould (2005), ya que la interacción en línea entre los profesores participantes en el curso fue más baja que la prevista (Meletiou-Mavrotheris, 2011).

Aunque al principio del curso hubo bastante entusiasmo y una participación muy alta en los foros de debate, la interacción disminuyó con el tiempo. Durante las trece semanas de duración del curso, EarlyStatistics recibió 229 mensajes (76 mensajes al mes de promedio). Sin embargo, la gran mayoría de los mensajes (167 mensajes, es decir un 73% del total de mensajes recibidos) fueron enviados durante las seis primeras semanas del curso. En comparación con la primera parte del curso,

en que la interacción fue viva y los debates muy ricos, hacia el final del curso a menudo se daba el caso de solo tres o cuatro profesores participando activamente en los fórums de debate mientras que las aportaciones de los demás eran mínimas o no participaban en absoluto.

El análisis de los datos obtenidos a partir del curso piloto de EarlyStatistics y del seguimiento de la experimentación en las aulas ha proporcionado al consorcio informaciones muy valiosas respecto a la efectividad del curso en la consecución de los objetivos previstos. En concreto, el curso piloto nos ha permitido identificar una serie de factores que afectaron negativamente a la participación en línea de los participantes en el curso (Meletiou-Mavrotheris, 2011). Conociendo dichos factores, al revisar el curso se ha dado más apoyo a la construcción de la comunidad entre los profesores participantes.

Uno de los principales factores responsables del poco éxito en la construcción de una comunidad de práctica en línea durante el curso piloto fue que no hubo ninguna reunión presencial con todos los participantes del curso. Hubo algunas reuniones con profesores locales, pero el grupo entero no se reunió nunca. Los participantes en el curso pudieron conocer virtualmente a otros profesores de diferentes países a través de videoconferencias, pero estas no pueden considerarse tan efectivas como la relación que se establece presencialmente. En consecuencia, aunque los profesores crearon grupos locales fuertes, la interacción con participantes de otros países fue limitada. En las ediciones actuales del curso los profesores participantes proceden de toda Europa y al principio del curso tiene lugar una reunión presencial con todos los participantes. Esta reunión inicial donde todos se conocen personalmente refuerza la relación posterior en línea porque ayuda a disminuir el problema de confianza y presencia social en línea.

4. Conclusión

En un mundo en el que la capacidad de analizar, de interpretar y de comunicar información a partir de datos es una habilidad necesaria para la vida cotidiana y para una ciudadanía eficaz y operativa, el desarrollo de una sociedad que tenga una formación estadística es un factor clave para lograr el objetivo de una ciudadanía culta. Consideramos que el desarrollo y el aprendizaje profesional continuado del profesorado es crucial para la innovación pedagógica y para que el alumnado consiga unos buenos resultados (Ginsberg, 2003). Por ello, EarlyStatistics ha explotado las potencialidades que ofrecen las tecnologías del aprendizaje abierto y a distancia para ayudar a mejorar la calidad de los conocimientos estadísticos en las escuelas europeas. El consorcio del proyecto ha incorporado en el diseño del curso las mejores prácticas pedagógicas en educación estadística, en formación de adultos y en aprendizaje a distancia. El curso se basa en metodologías pedagógicas actuales que utilizan la colaboración, la investigación estadística y la exploración mediante actividades interactivas de resolución de problemas. Se ha prestado una especial atención al aprovechamiento de las experiencias y los conocimientos de los profesores participantes y al fomento del aprendizaje colaborativo y participativo. Los profesores, que proceden de diferentes países, tienen la oportunidad de mejorar sus conocimientos estadísticos, en cuanto a contenido y pedagógicos, a través de investigaciones, si-

mulaciones, visualizaciones, colaboraciones y reflexiones de carácter abierto tanto sobre sus propias ideas y experiencias como sobre las de los demás.

Los resultados y servicios del proyecto de EarlyStatistics son útiles no solo para el profesorado sino también para los expertos del mundo académico en educación estadística, para los centros de formación de profesorado y para los diseñadores de programas de desarrollo profesional en línea europeos e internacionales. Los profesores expertos y los responsables del desarrollo de materiales serán más conscientes de las necesidades de los profesores de estadística de los diferentes países y apoyarán el desarrollo de nuevas metodologías y materiales para el desarrollo profesional basados en un modelo de construcción de comunidad. Los centros de formación de profesorado comprenderán mejor los aspectos relacionados con la docencia y el aprendizaje de estadística, y pueden utilizar los resultados del proyecto para ulteriores mejoras de sus programas de formación de profesorado.

Uno de los aspectos que cobra especial importancia para el desarrollo profesional de los docentes en línea es garantizar una buena construcción de una comunidad de práctica en línea. Las primeras experiencias de EarlyStatistics, que coinciden con la literatura publicada al respecto, indican que construir una comunidad de práctica en línea es muy complicado. Tal como han señalado Gould y Peck (2005), dirigir un diálogo con contenido en un foro de debate es más problemático que en un aula real. Según Kling (2003), la transformación de un grupo en comunidad es «un importante logro que requiere procesos y prácticas especiales» (p. 221). Una comunidad de práctica en línea no se hará realidad automáticamente por el mero hecho de disponer de un espacio en línea. Requiere un diseño cuidadosamente elaborado –tanto técnico como social (Rourke, 2007).

Impartir cursos en línea es un territorio nuevo e inexplorado para la mayoría de profesores de estadística. La educación en línea se parece al aprendizaje presencial, pero a la vez es diferente y requiere nuevas habilidades y estrategias de enseñanza. El nuevo papel de los profesores en tanto que facilitadores de cursos les convierte a la vez en guías y en alumnos (Heuer, 2004). Para poder facilitar el éxito de su alumnado y fomentar la participación en línea, tienen que recibir una formación en este nuevo modo de educación y al mismo tiempo tienen que desarrollar el arte de convertirse en guías en línea. Los cursos en línea también tienen que evaluarse y mejorarse continuamente. Garfield (2009), cuyo curso de formación de profesores a distancia ha tenido bastantes buenos resultados en cuanto a participación y colaboración del alumnado, explica que sus cursos en línea están sujetos a un ciclo continuo de evaluación y mejora. Cada vez que se imparte un curso, se introducen cambios en su estructura y uso de las tareas de debate, basados en las informaciones que reportan los alumnos y en una cuidadosa revisión del tipo de interacción que tiene lugar dentro de los diferentes grupos de debate. EarlyStatistics también ha adoptado un modelo iterativo de mejoras continuas. La evaluación sigue teniendo un papel crucial en cada nueva edición de un curso, lo cual nos permite mejorar continuamente la calidad y la efectividad de EarlyStatistics, el primer curso de desarrollo profesional en línea en el campo de la educación estadística en Europa.

Bibliografía

- CADY, J.; REARDEN, K. (2009). «Delivering online professional development in mathematics to rural educators». *Journal of Technology and Teacher Education*. Vol. 17, p. 281-298.
- CHADJIPADELIS, T.; ANDREADIS, I. (2008). *Early Statistics Evaluation Report* [documento interno]. Proyecto: 226573-CP-1-2005.
- DEDE, C. et al. (2006). *Research Agenda for Online Teacher Professional Development*. Cambridge, MA: Harvard Graduate School of Education.
- DUTTON, J.; DUTTON, M. (2005). «Characteristics and performance of students in an online section of business statistics». *Journal of Statistics Education*. Vol. 13, núm. 3.
- ESPINEL, C.; BRUNO, A.; PLASENCIA, I. (2008). «Statistical graphs in the training of teachers». En: C. Batanero; G. Burrill; R. Reading; A. Rossman. (2008). *Proceedings of the Joint ICMI/IASE Study Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education*. [CD-ROM]. Monterrey, México: ICMI & IASE.
- EVANS, S. R. et al. (2007). «Evaluation of Distance Learning in an Introduction to Biostatistics Course». *Statistical Education Research Journal*. Vol. 6, núm. 2, p. 59-77.
- EVERSON, M. G.; GARFIELD, J. (2008). «An innovative approach to teaching online statistics courses» [documento en línea]. *Technology Innovations in Statistics Education*. Vol. 2, núm. 1. [Fecha de consulta: 30 de julio de 2011].
<<http://repositories.cdlib.org/uclastat/cts/tise/>>
- FRANKLIN, C. A. et al. (2007). *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) report: A pre-K-12 Curriculum Framework*. Alexandria, VA: American Statistical Association.
- GINSBERG, M. B. (2003). *Motivation matters: A workbook for school change*. San Francisco: Jossey-Bass.
- GORDON, S.; PETOCZ, P.; REID, A. (2007). «Tools, artefacts, resources and pedagogy – stories of international statistics educators» [documento en línea]. En: P. L. Jeffery (comp.). *Australian Association for Research in Education 2006 Conference Papers*. AARE. [Fecha de consulta: 30 de Julio de 2011].
<<http://www.aare.edu.au/06pap/gor06358.pdf>>
- GOULD, R.; PECK, R. (2005). «Inspiring Secondary Statistics» [documento en línea]. *MSOR Connections*. Vol. 5, núm. 3. [Fecha de consulta: 30 de Julio de 2011].
<<http://mathstore.ac.uk/headocs/53inspiringstats.pdf>>
- HEUER, B. P.; KING, K. P. (2004). «Leading the Band: The Role of the Instructor in Online Learning for Educators» [documento en línea]. *The Journal of Interactive Online Learning*. Vol. 3, núm. 1. [Fecha de consulta: 30 de Julio de 2011].
<<http://www.ncolr.org/jiol/issues/PDF/3.1.5.pdf>>
- JOUBERT, M.; SURTHERLAND, R. (2009). *A perspective on the literature: CPD for teachers of mathematics*. University of Bristol: National Centre for Excellence in Teaching Mathematics.
- KLING, R.; COURTRIGHT, C. (2003). «Group Behavior and Learning in Electronic Forums: A Sociotechnical Approach». *Information Society*. Vol. 19, p. 221-235.
- MCGRAW, R.; LYNCH, K.; KOC, Y. (2007). «The multimedia case as a tool for professional development: An analysis of online and face-to-face interaction among mathematics pre-service teachers, in-

- service teachers, mathematicians, and mathematics teacher educators». *Journal of Mathematics Teacher Education*. Vol. 10, núm. 2, p. 95-121.
- MELETIOU-MAVROTHERIS, M. (2011). «Online Communities of Practice as Vehicles for Teacher Professional Development». En: A. Juan; M. A. Huertas; S. Trenholm; C. Steegmann (eds). *Teaching Mathematics Online: Emergent Technologies and Methodologies*. IGI Global. P. 142-166.
- MELETIOU-MAVROTHERIS, M.; SERRADÓ, A. (2011). «Distance Education of Statistics Teachers». En: C. Batanero; G. Burrill; C. Reading (eds.). *Teaching Statistics in School Mathematics—Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study: The 18th ICMI Study*. DOI 10.1007/978-94-007-1131-0_36. Springer Dordrecht Heidelberg London New York. P. 383-394.
- RIVERIN S.; STACEY, E. (2007). «The Evolution of an Online Community – A Case Study». *Research and Practice in Technology Enhanced Learning*. Vol. 2, núm. 3, p. 267-297.
- ROURKE, L.; KANUKA, H. (2007). «Barriers to Online Critical Discourse». *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning*. Vol. 2, núm. 1, p. 105-126.
- TUDOR, G. (2006). «Teaching Introductory Statistics Online – Satisfying the Students». *Journal of Statistics Education*. Vol. 14, núm. 1.
- VERMEIRE, L.; CARBONEZ, A.; DARIUS, P.; FRESEN, J. (2002). «Just-in-time Network Based Statistical Learning: Tools Development and Implementation». En: B. Phillips (ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS6)*. Ciudad del Cabo, Sudáfrica: IASE.
- WATSON, J. M.; NATHAN, E. L. (2010). «Biased Sampling and PCK: The Case of the Marijuana Problem». En: L. Sparrow; B. Kissane; C. Hurst (eds.). *Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33rd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. Fremantle: MERGA.
- ZHAO, Y.; ROP, S. (2001). *A critical review of the literature on electronic networks as reflective discourse communities for inservice teachers* [documento en línea]. [Fecha de consulta: 30 de Julio de 2011]. <<http://www.ciera.org/library/reports/inquiry-3/3-014/3-014.pdf>>

Sobre las autoras

Maria Meletiou-Mavrotheris

m.mavrotheris@euc.ac.cy

Profesora asociada del Departamento de Ciencias de la Educación, Universidad Europea de Chipre

Maria Meletiou-Mavrotheris es profesora asociada de la Universidad Europea de Chipre y directora del Research Laboratory in ICT-Enhanced Education [laboratorio de investigación en educación asistida por TIC]. Es doctora en Educación de Matemáticas por la Universidad de Texas en Austin (UT Austin) desde el año 2000 y máster de Aprendizaje Abierto y a Distancia por la Open University del Reino Unido desde 2008. También tiene un máster de Ingeniería (1998), un máster de Estadística (1993) y el grado de Matemáticas (1991) de la UT Austin. Meletiou ha llevado a cabo destacados trabajos de investigación que se han publicado en prestigiosas revistas y ha obtenido considerables ayudas económicas para realizar sus investigaciones. Entre los programas financiados por la UE en los que ha participado como coordinadora o colaboradora de investigación pueden mencionarse LLP-Grundtvig, Socrates Minerva y Comenius, Leonardo da Vinci y Eureka. Dichos programas multinacionales se centran en la educación asistida por tecnología, concretamente el uso de tecnologías innovadoras para la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas y ciencias en la educación escolar y superior, y en la formación profesional.

European University Cyprus

6 Diogenous St.

1516 Nicosia

Chipre

Ana Serradó Bayés

ana.serrado@gm.uca.es

Profesora de educación secundaria, formadora de profesorado en ejercicio, La Salle-Buen Consejo

Ana Serradó Bayés es graduada en Matemáticas y máster en Organización Escolar por la Universidad Autónoma de Barcelona, y doctora en Filosofía y Ciencias de la Educación por la Universidad de Cádiz. Serradó es profesora de educación secundaria en La Salle-Buen Consejo en Puerto Real, España, y formadora de profesorado en ejercicio. Es coordinadora de grupo de formación de profesorado en ejercicio (Gobierno de Andalucía, España). También es la coordinadora española del *International Statistical Literacy Project*, que cuenta con el apoyo del ISI (International Statistical Institute). También es miembro de varias organizaciones profesionales, entre ellas la SEIEM (Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática) y la IASE (International Association of Statistics Education). Sus investigaciones se centran en la aplicación de las tecnologías de la información y la comunicación al aprendizaje de estadística y matemáticas, y en el papel de la lectura sobre el aprendizaje de matemáticas. Tiene más de setenta artículos publicados relacionados con la educación estadística y matemática, y colabora con numerosas revistas nacionales e internacionales como revisora experta.

La Salle-Buen Consejo

Teresa de Calcuta, 70

11510 Puerto Real, Cádiz

España



Los textos publicados en esta revista están sujetos –si no se indica lo contrario– a una licencia de Reconocimiento 3.0 España de Creative Commons. Puede copiarlos, distribuirlos, comunicarlos públicamente y hacer obras derivadas siempre que reconozca los créditos de las obras (autoría, nombre de la revista, institución editora) de la manera especificada por los autores o por la revista. La licencia completa se puede consultar en <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/es/deed.es>.

Monográfico «Aprendizaje virtual de las matemáticas»

ARTÍCULO

Los cuestionarios del entorno Moodle: su contribución a la evaluación virtual formativa de los alumnos de matemáticas de primer año de las titulaciones de Ingeniería

Mónica Blanco

monica.blanco@upc.edu

Profesora en el área de Matemática Aplicada de la Universidad Politécnica de Cataluña - BarcelonaTech (UPC)

Marta Ginovart

marta.ginovart@upc.edu

Profesora en el área de Matemática Aplicada de la Universidad Politécnica de Cataluña - BarcelonaTech (UPC)

Fecha de presentación: julio de 2011
Fecha de aceptación: noviembre de 2011
Fecha de publicación: enero de 2012

Cita recomendada

BLANCO, Mónica; GINOVART, Marta (2012). «Los cuestionarios del entorno Moodle: su contribución a la evaluación virtual formativa de los alumnos de matemáticas de primer año de las titulaciones de Ingeniería». En: «Aprendizaje virtual de las matemáticas» [monográfico en línea]. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento (RUSC)*. Vol. 9, n.º 1, págs. 166-183 UOC. [Fecha de consulta: dd/mm/aa]. <<http://rusc.uoc.edu/ojs/index.php/rusc/article/view/v9n1-blanco-ginovart/v9n1-blanco-ginovart>> ISSN 1698-580X

Resumen

En el contexto del Espacio Europeo de Educación Superior, en el que la evaluación formativa desempeña un papel esencial, es necesario explorar nuevas herramientas con el fin de implementar estrategias innovadoras de seguimiento y evaluación de los estudiantes. El módulo de cuestionarios en el entorno Moodle representa una alternativa frente a las metodologías tradicionales, como pueden ser las pruebas escritas. En el marco de las ayudas para la mejora de la docencia concedidas por el Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad Politécnica de Cataluña - BarcelonaTech (UPC), durante el curso académico 2008/2009 se llevó a cabo un proyecto docente cuyo objetivo principal era el diseño de preguntas tipo test y su posterior implementación en cuestionarios del entorno Moodle para asignaturas de matemáticas y estadística correspondientes a primeros cursos de titulaciones de ingeniería. Con los resultados de los cuestionarios realizados por los estudiantes, se vio que era conveniente analizar y revisar su fiabilidad y adecuación para avalar estas actividades de evaluación del proceso de aprendizaje. El análisis de los coeficientes psicométricos facilitados por Moodle resultó ser una herramienta útil a la hora de valorar si las cuestiones propuestas tenían el nivel de dificultad adecuado y si, en consecuencia, eran convenientes para discriminar entre buenas y malas prácticas. En el marco de otro proyecto, también subvencionado por la UPC, durante el siguiente curso académico 2009/2010 se revisaron de forma exhaustiva los cuestionarios implementados con el fin de mejorar su eficiencia como herramienta de evaluación. En este trabajo se presentan: i) los resultados de los cuestionarios realizados por los estudiantes durante esos dos cursos académicos en las asignaturas Matemáticas 1 y Matemáticas 2 de primer año de los cuatro grados de Ingeniería de Biosistemas de la Escuela Superior de Agricultura de Barcelona de la UPC, así como la opinión de los estudiantes sobre este tipo de actividad, ii) la revisión y adaptación de los cuestionarios a partir de los índices psicométricos para mejorar su eficiencia. Finalmente, a partir de los resultados analizados se hace una reflexión sobre la conveniencia de utilizar este tipo de herramientas para la evaluación formativa de los estudiantes.

Palabras clave

matemáticas, cuestionarios, Moodle, evaluación, análisis psicométrico

On How Moodle Quizzes Can Contribute to the Formative e-Assessment of First-Year Engineering Students in Mathematics Courses

Abstract

Given the importance of formative assessment in the context of the European Higher Education Area, it is necessary to explore new tools to implement innovative strategies for the formative assessment of students. Moodle's quiz module represents an alternative to traditional tools, such as paper-and-pencil tests. In 2008, we carried out a project subsidised by the Institute of Education Sciences at the Universitat Politècnica de Catalunya - BarcelonaTech (UPC), the main aim of which was to elaborate a number of Moodle question pools and to design, implement and assess a series of quizzes from these pools. The project covered the compulsory undergraduate subjects in applied mathematics included in the first- and second-year syllabuses for all branches of Engineering. From the students' results, it was then necessary to examine and revise the reliability of the quizzes as an assessment tool of the teaching and learning process. The analysis of the psychometric coefficients provided by Moodle proved to be a useful tool for assessing whether the questions had an appropriate level of difficulty and were suitable for discriminating between good and bad performers. Taking into account the psychometric analysis of this first project, in 2009 we initiated a new project, in which we planned to revise thoroughly the quizzes created in the former project, to improve their suitability as an assessment tool. This paper shows: i) the students' results in the quizzes performed in the two academic years in the courses Mathematics 1 and Mathematics 2 – both taught in the first year of the four bachelor's degree programmes in Biological Systems Engineering organised by the School of

Agricultural Engineering of Barcelona at the UPC, as well as the students' attitudes towards activities of this kind; and ii) the revision and fine-tuning of the quizzes from the psychometric analysis to improve their reliability. Finally, the analysis of the results reported leads to a discussion on the advisability of using this tool for the formative assessment of students.

Keywords

mathematics, quizzes, Moodle, assessment, psychometric analysis

1. Introducción

La declaración de Bolonia y la implementación del Espacio Europeo de Educación Superior (EEES) en 2010 han dado lugar a cambios cruciales tanto en los currículos como en las metodologías de enseñanza y aprendizaje de los estudios universitarios (ENQA, 2005). El EEES fomenta un sistema centrado en el alumnado y basado en la carga de trabajo necesaria para lograr los objetivos fijados en los programas de estudio. Estos objetivos deberían articularse en función de los resultados del aprendizaje que debe adquirirse. Se entiende por resultados de aprendizaje una serie de competencias que expresarán lo que el estudiante sabrá, entenderá y será capaz de hacer una vez concluido el proceso de aprendizaje. Las competencias representan una combinación dinámica de cualidades, habilidades y actitudes, que deberían corresponderse con unos resultados de aprendizaje determinados. En este marco, la carga de trabajo estudiantil consiste en el tiempo necesario para llevar a cabo todas las actividades de aprendizaje previstas como asistencia a conferencias, participación en seminarios, estudio independiente y privado, preparación de proyectos y exámenes. La evaluación de los alumnos es una piedra angular del EEES, y su finalidad es «medir los logros en los resultados de aprendizaje previstos y otros objetivos de los programas» (ENQA, 2005). Las directrices de la ENQA relativas a la evaluación del alumnado se refieren también a los procedimientos idóneos que deberían seguirse en los procesos evaluativos.

Según las directrices del EEES, está claro que las prácticas formativas son un factor fundamental de la evaluación del alumnado. Entre los diferentes aspectos que los docentes deben tener en cuenta al diseñar y desarrollar herramientas para la evaluación formativa en los procesos de enseñanza y aprendizaje, queremos destacar los siguientes: i) la reflexión sobre las acciones antes, durante y después del proceso de aprendizaje, tanto por parte del profesorado como del alumnado; ii) la evaluación de los resultados así como de los procesos del aprendizaje; iii) la información necesaria para mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje; iv) la incorporación de procedimientos para la autoevaluación y la autoregulación de los alumnos; y v) los criterios de evaluación, que deben ser explicados y compartidos con los estudiantes.

Por otra parte, varios estudios han puesto de relieve el papel cada vez más importante de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en el campo de la evaluación (Delgado y Oliver, 2006; Graff, 2004; Steegmann *et al.*, 2008), hasta el punto de que la *evaluación virtual* ha pasado a ser

un nuevo elemento del ámbito educativo (Brinck y Lautenbach, 2011; Crews y Curtis, 2011; Daly *et al.*, 2010; Ferrão, 2010). Teniendo en cuenta la importancia de la evaluación formativa dentro del EEES, es fundamental explorar nuevas estrategias de evaluación para mejorar los métodos evaluativos. Tal como destaca Ferrão (2010), el sistema de evaluación virtual debe contar con el hardware y el software necesarios para la creación y la administración de pruebas.

La mayoría de universidades españolas ha adoptado el sistema de gestión de aprendizaje (SGA) del entorno Moodle como ayuda al profesorado para crear cursos en línea –asegurando su calidad– y gestionar los resultados del aprendizaje (Steggmann *et al.*, 2008). En este estudio nos centramos en el módulo de cuestionarios del entorno Moodle. Este módulo permite crear cuestionarios con diferentes tipos de preguntas, adaptados a los objetivos específicos de cada una de las etapas del proceso de enseñanza y aprendizaje, que proporcionan un retorno de información automático y rápido. El módulo de cuestionarios del entorno Moodle es una potente herramienta de control y diagnóstico del aprendizaje y constituye una alternativa a los cursos presenciales tradicionales y a los exámenes escritos. En cuanto a la calidad del sistema de evaluación virtual, este módulo de cuestionarios ofrece métodos estadísticos para medir la fiabilidad de las pruebas (Ferrão, 2010). Se ha afirmado que, en relación con el uso de las TIC, se borra la frontera entre la evaluación formativa y la evaluación sumativa (Daly *et al.*, 2010). No obstante, si las tecnologías se utilizan para realizar periódicamente actividades de evaluación de bajo impacto, pueden contribuir a la evaluación formativa. Los cuestionarios del entorno Moodle no solo han demostrado ser útiles para llevar a cabo dichas actividades evaluativas sino que además pueden modificarse y adaptarse según las necesidades de los estudiantes. Tal como dicen Daly *et al.* (2010), la versatilidad es una característica clave de la evaluación virtual, ya que por un lado el alumno utiliza el retorno de información formativamente para adaptar sus concepciones y su forma de enfocar las tareas, y por el otro, le sirve al profesor para adaptar el trabajo a las necesidades de sus alumnos. Somos conscientes de que últimamente se ha extendido mucho el uso de cuestionarios como herramientas de evaluación (Ferrão, 2010). Sin embargo no tenemos noticia de que se haya realizado ningún estudio sobre cómo aprovechar al máximo los índices psicométricos para mejorar los cuestionarios implementados en las asignaturas universitarias de matemáticas.

Este estudio da cuenta de los principales resultados obtenidos en dos proyectos educativos en los que se han implementado los cuestionarios del entorno Moodle como herramientas para la evaluación virtual formativa de dos asignaturas universitarias obligatorias de matemáticas. Los objetivos de estos proyectos son:

1. Diseñar una serie de cuestionarios para evaluar periódicamente los temas de las dos asignaturas, con el subsiguiente análisis de los resultados de aprendizaje de los estudiantes y su correlación con otras actividades de enseñanza y aprendizaje de las asignaturas, y recoger la opinión de los estudiantes sobre la evaluación virtual.
2. Realizar un análisis psicométrico para obtener información sobre las actividades de aprendizaje con la finalidad de adaptarlas a las necesidades del alumnado y depurar y mejorar así su fiabilidad como herramientas para la evaluación virtual formativa.

2. Material y métodos

Desde 2009, la Escuela Superior de Agricultura de Barcelona (ESAB) de la Universidad Politécnica de Cataluña - BarcelonaTech (UPC) ofrece cuatro grados de Ingeniería de Biosistemas: Ingeniería Agrícola, Ingeniería Agroambiental y del Paisaje, Ingeniería Alimentaria e Ingeniería de los Sistemas Biológicos. Los cursos primero y segundo de los cuatro grados tienen una serie de asignaturas obligatorias comunes, cada una de las cuales proporciona seis créditos del sistema europeo de transferencia de créditos (ECTS). Matemáticas 1 y Matemáticas 2, que se cursan en el primer año, pertenecen al grupo de estas asignaturas comunes a las cuatro titulaciones. Conviene puntualizar aquí que el perfil eminentemente biológico de la ESAB seguramente ha contribuido al escaso interés del alumnado por las áreas de matemáticas y estadística, lo cual explica el bajo índice de aprobados en estas materias. Para mejorar los resultados del aprendizaje y la motivación, decidimos iniciar una serie de tareas de baja repercusión que incentivaran al alumnado (Lim *et al.*, 2011). No obstante, si además de cumplir las pautas del ECTS relativas a evaluación, aumentaba cada vez más el número de alumnos, sin duda la carga de trabajo sobre los profesores también aumentaría. Para realizar una evaluación continua de nuestros estudiantes, sin tener que invertir una gran cantidad de tiempo en evaluar pruebas, parecía conveniente recurrir a las herramientas virtuales disponibles.

En el año 2005, la UPC empezó a utilizar Moodle, SGA de código abierto que contiene una amplia variedad de herramientas para la docencia (Cole, 2005). Para obtener los máximos beneficios de las herramientas disponibles, empezamos a investigar las prestaciones de Moodle en cuanto a evaluación. En 2008/2009 realizamos un proyecto, financiado por el Instituto de Ciencias de la Educación de la UPC, cuyo principal objetivo era diseñar, elaborar e implementar un banco sustancial de preguntas para integrar en los cuestionarios de Moodle (*Creació de qüestionaris des de l'entorn Moodle per a assignatures de matemàtiques i estadística corresponents a primers cursos de titulacions d'enginyeria*). El ámbito de aplicación del proyecto eran las asignaturas de matemáticas aplicadas comunes a los dos primeros cursos de las titulaciones de Ingeniería. En la práctica, se centraba principalmente en Matemáticas 1 (M1) y Matemáticas 2 (M2), dos asignaturas obligatorias para todos los estudiantes matriculados en la ESAB. En este proyecto analizamos las respuestas de los estudiantes y realizamos un análisis psicométrico para identificar la eficacia de las preguntas formuladas en los cuestionarios. Es importante recalcar que un año antes de que se implantara el nuevo sistema de grados se llevó a cabo una experiencia preliminar con un pequeño grupo de alumnos. Dicha experiencia inicial parecía indicar que los cuestionarios de Moodle eran realmente útiles para aumentar el interés del alumnado en las asignaturas de matemáticas.

Sin embargo, es fundamental recordar que todo el proceso requiere una revisión y una actualización continuas. Por ello, gracias al trabajo de evaluación de las distintas experiencias en Matemáticas 1 y Matemáticas 2, el equipo de investigación pudo conocer mejor el proceso evaluativo en su totalidad.

A partir de estas primeras experiencias, decidimos crear unos cuestionarios mejores y más adecuados a las asignaturas de matemáticas mencionadas. El análisis psicométrico que ofrece Moodle resultó ser una herramienta muy útil para evaluar si las preguntas servían para discriminar entre buenas y malas habilidades matemáticas y si el nivel de dificultad de las preguntas era el adecuado.

Teniendo en cuenta el análisis psicométrico de aquel primer proyecto, en 2009/2010 emprendimos un nuevo proyecto cuyo objetivo era someter los cuestionarios creados para el primer proyecto a una revisión exhaustiva con la finalidad de mejorar su fiabilidad como herramientas de evaluación (*Revisió i millora de l'eficiència de qüestionaris MOODLE implementats en assignatures de matemàtiques i estadística corresponents a primers cursos de titulacions d'enginyeria*).

Para supervisar el progreso de los estudiantes en las diferentes etapas de su proceso de aprendizaje (Heck y Van Gastel, 2006), creamos cuestionarios para ser utilizados en diferentes contextos: pruebas diagnósticas y de evaluación de conocimientos adquiridos, sesiones en aulas de ordenadores y pruebas de recapitulación al término de los módulos. Nuestra contribución se centra en el conjunto de cuestionarios de Moodle diseñados para ser contestados en casa como actividades encomendadas y en un tiempo determinado. Los temas de cada uno de los cuestionarios para Matemáticas 1 y Matemáticas 2 se correspondían con los objetivos de aprendizaje y los resultados esperados de estas asignaturas (Tablas 1 y 2). Puesto que distintos modos de formular las preguntas permiten desarrollar diferentes habilidades (Smith *et al.*, 1996; Blanco *et al.*, 2009), se utilizaron diferentes tipos de pregunta: respuesta múltiple, verdadero o falso, respuesta numérica, emparejamiento y respuesta incrustada (*cloze*) (Tabla 3).

Para la evaluación sumativa de ambas asignaturas se aplica una fórmula ponderada que computa como sigue: dos o tres pruebas escritas durante el semestre (45%); un examen final escrito acumulativo (40%); sesiones en el aula de ordenadores (5%); cuestionarios (5%); y varias tareas para hacer en casa y trabajos de curso (5%). Dentro de este marco es donde debemos considerar los cuestionarios.

Tabla 1. Temas incluidos en los cuestionarios de Matemáticas 1

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6
Funciones de una variable real	Funciones de varias variables reales	Determinantes y sistemas de ecuaciones lineales	Números complejos	Optimización de funciones de una variable real	Optimización de funciones de varias variables reales

Tabla 2. Temas incluidos en los cuestionarios de Matemáticas 2 (EDOs: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias)

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8
Integración básica por sustitución	Integración por sustitución	Integración por partes	Integración por fracciones parciales	Temas generales sobre EDOs	EDOs separables	EDOs homogéneas	

Tabla 3. Número de preguntas y tipos de preguntas del primer proyecto (los cambios introducidos en el segundo proyecto van entre paréntesis)

	Número de preguntas	Opciones múltiples	Verdadero/falso	Emparejamiento	Respuesta breve/Numérica	Incrustadas
M1	83	65 (60)	10 (18)	3	5 (2)	
M2	59	19	38			2

3. Resultados y discusión

Los cuestionarios de Moodle, en tanto que herramientas interactivas y dinámicas, tienen un impacto sobre la actitud del profesorado y del alumnado respecto a la evaluación asistida por ordenador. Por otra parte, teniendo en cuenta que en los últimos años se ha incrementado el número de matrículas universitarias, debemos cumplir las directrices que marca el EEES (ENQA 2005) con grupos de sesenta alumnos o incluso más. Por esta razón, una de las ventajas de las evaluaciones automáticas mediante cuestionarios es que los profesores ganamos un tiempo que podemos dedicar a otros aspectos del proceso de aprendizaje (Blanco *et al.*, 2009). Como hemos comentado anteriormente, el sistema de gestión del aprendizaje (SGA) de la UPC –Atenea– se basa en Moodle. Desde el principio la estrategia de la universidad ha sido fomentar entre profesores y alumnos el uso de este sistema de gestión para avanzar en el proceso de enseñanza y aprendizaje como se entiende dentro del EEES. El uso del módulo de cuestionarios de Moodle, tal como se describe en este trabajo, es, pues, un paso en esta dirección. El trabajo se organiza a continuación en los siguientes subapartados: en el primero se analizan los resultados de los estudiantes obtenidos en los cuestionarios de los dos cursos académicos (2009/2010 y 2010/2011). En el segundo se presentan los principales resultados del análisis psicométrico de los cuestionarios. En el tercer y último subapartado se discute la opinión de los estudiantes sobre los cuestionarios.

3.1. Análisis de los resultados de los estudiantes

En el contexto de nuestros proyectos, el módulo de cuestionarios Moodle nos proporcionó información sobre las preguntas que nuestros estudiantes respondían mal o parcialmente bien, sobre resultados globales de los cuestionarios y sobre respuestas individuales. En ambos proyectos realizamos un análisis de regresión lineal relacionando la media de las puntuaciones obtenida en los cuestionarios con la nota final en Matemáticas 1 y Matemáticas 2, para cuyo cálculo se aplicó la fórmula ponderada mencionada anteriormente (Figura 1). En conjunto, el análisis fue significativo y mostró una buena correlación lineal positiva, con los siguientes coeficientes de correlación: 0,69 (p -valor $<0,001$) para M1 en 2009/2010 (con $N_1=91$ estudiantes); 0,55 (p -valor $<0,001$) para M2 en 2009/2010 (con $N_2=78$ estudiantes); 0,44 (p -valor $<0,001$) para M1 en 2010/2011 (con $N_3=176$ estudiantes); y 0,67 (p -valor $<0,001$) para M2 en 2010/2011 (con $N_4=154$ estudiantes). Vistos estos resultados, nuestra conclusión fue que los cuestionarios de Moodle pueden considerarse una herramienta útil para que los estudiantes conozcan su evolución y su rendimiento durante su proceso de aprendizaje, en sintonía con lo que comenta Ferrão (2010).

Es interesante indicar que, a partir de los datos, pueden identificarse las distintas estrategias de los estudiantes para superar la asignatura. Los diferentes comportamientos explican algunas de las observaciones atípicas o extremas recogidas durante los dos cursos académicos estudiados. El curso 2009/2010 fue excepcional porque en las dos asignaturas todos los alumnos eran nuevos, es decir no hubo ningún alumno que repitiese la asignatura. En cambio, en el curso siguiente en una misma clase había alumnos nuevos y alumnos repetidores. Es destacable el comportamiento

de los que repetían la asignatura; los resultados de sus cuestionarios fueron diferentes a los de los alumnos nuevos (Figura 1). Por otra parte, es evidente que los resultados de Matemáticas 2 fueron mejores que los de Matemáticas 1, sobre todo en 2009/2010, lo cual es comprensible en el siguiente contexto: i) los temas tratados en esta segunda asignatura de matemáticas son de distinta naturaleza que los de la primera, ya que algunos temas son nuevos para todos los alumnos y, en cierto modo, independientes de los tratados en los cursos previos de matemáticas en bachillerato (Tablas 1 y 2); ii) los alumnos de Matemáticas 2 ya habían cursado una asignatura de matemáticas previa y, por lo tanto, ya habían aprendido a adaptarse bien al entorno; y iii) los alumnos que optan por una segunda asignatura de matemáticas son los que han logrado un buen rendimiento en el semestre anterior (es decir, han aprobado Matemáticas 1) o, en el caso de repetir la asignatura, posiblemente tienen ciertas ventajas sobre aquellos alumnos que cursan la asignatura por primera vez. Este aspecto resulta mucho más evidente en 2010/2011, Matemáticas 2, como puede verse en la Figura 1. Los cuatro diagramas de dispersión muestran una mayor concentración de puntos en la primera y la tercera sección. Es cierto que en Matemáticas 2 en 2010/2011 las notas se concentran principalmente en la primera sección. Ello significa que la mayoría de los estudiantes que contestó a nuestros cuestionarios superó tanto los cuestionarios como la asignatura en general, lo cual es otro argumento a favor de la particular naturaleza de Matemáticas 2 observada en el segundo año académico.

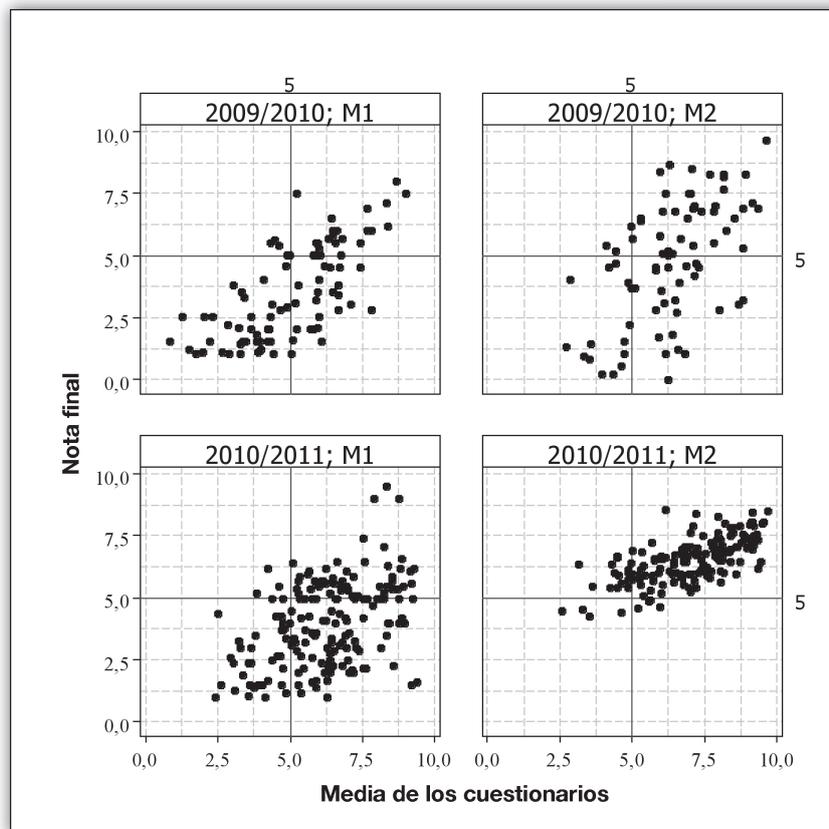


Figura 1. Diagramas de dispersión de la media de las puntuaciones de los estudiantes en los cuestionarios y de la nota final en ambas asignaturas (M1: Matemáticas 1, y M2: Matemáticas 2) en 2009/2010 y 2010/2011.

3.2. Análisis psicométrico

Como afirma Ferrão (2010), el sistema evaluativo virtual ofrece un conjunto de herramientas para analizar la fiabilidad de las pruebas y, por consiguiente, asegurar la calidad del sistema. El análisis psicométrico es una gran herramienta para evaluar la fiabilidad de los cuestionarios como instrumentos de medición del desempeño, la actitud y las habilidades de los alumnos (Heck y Van Gastel, 2006). El propio módulo de cuestionarios de Moodle, mediante una herramienta específica psicométrica, realiza el análisis de ítems de un cuestionario. Una vez concluido el análisis de ítems, el módulo permite exportar todos los informes estadísticos a una hoja de cálculo, lo cual facilita el manejo de la información.

En este apartado examinamos dos de los parámetros que ofrece el análisis de ítems de los cuestionarios: el índice de facilidad (IF) y el coeficiente de discriminación (CD). Estos parámetros, calculados según la teoría clásica de pruebas, nos ayudan a saber si las preguntas están bien seleccionadas para demostrar conceptos y si su nivel de dificultad es el idóneo, y también si las preguntas permiten discriminar entre buenas y malas habilidades de los alumnos. El IF describe la dificultad global de las preguntas. Este índice representa la proporción de estudiantes que responden correctamente a una pregunta. En principio, un IF muy alto o muy bajo indica que una pregunta no es útil como instrumento de medición. El CD es un coeficiente de correlación entre las notas obtenidas en el ítem y en el cuestionario en su conjunto, y adopta valores entre -1 y +1. Esta es otra medida de la capacidad discriminadora del ítem para diferenciar entre estudiantes eficientes y menos eficientes. A pesar de que los ítems de discriminación no son completamente fiables (Burton, 2001), optamos por el CD porque es una de las herramientas disponibles en Moodle. Además, puesto que los cuestionarios no contienen temas dispares, como muestran las Tablas 1 y 2, cumplen una de las condiciones que indica Burton (2001) para aplicar un análisis de discriminación por ítems más fiable.

Al principio del primer proyecto, decidimos agrupar los valores del CD en tres categorías: baja ($CD < 0,33$), media y alta ($CD > 0,66$). Para descartar las preguntas con valores de IF que eran o demasiado bajos o demasiado altos, el límite se fijó en 15 y 85 respectivamente. Los cuestionarios que contenían pocas preguntas cuyos valores del IF oscilaban entre 15 y 85 debían ser reelaborados, y lo mismo en el caso de los cuestionarios con unos valores del CD bajos. En 2009/2010, nos propusimos el objetivo de revisar y volver a diseñar aquellos cuestionarios con valores del CD bajos o con valores del IF que eran o demasiado bajos o demasiado altos.

En el caso de Matemáticas 1, a partir de la información proporcionada por Moodle, solamente había que reescribir las preguntas con valores del IF muy bajos o muy altos, y lo mismo con las que presentaban valores del CD bajos. En Blanco y Ginovart (2010b) se describe detalladamente cómo se realizó la revisión de las preguntas. Una vez finalizada la revisión, los cuestionarios volvieron a implementarse y se realizó un nuevo análisis psicométrico. En la tabla 4 puede verse que los resultados del análisis psicométrico obtenidos el segundo año son, en general, mejores que los obtenidos el primer año. Otra forma de presentar los resultados del análisis psicométrico es centrarse en las preguntas individualmente y no en los cuestionarios como unidad. Los diagramas de las Figuras 2 y 3 parecen indicar una mejora en el análisis psicométrico después de la revisión, con valores del CD más altos en el segundo año que en el primero.

Tabla 4. Matemáticas 1: Análisis psicométrico correspondiente a 2009/2010 y a 2010/2011

	M1	IF (%)		CD		
		Rango	% de preguntas con IF entre 15 y 85	% de preguntas con CD bajos	% de preguntas con CD medios	% de preguntas con CD altos
Q1	2009/2010	14-82	93,3	20	80	0
	2010/2011	36-84	100	0	100	0
Q2	2009/2010	32-85	100	13	74	13
	2010/2011	41-91	80	7	80	13
Q3	2009/2010	22-87	94,1	18	76	6
	2010/2011	25-96	64,7	12	82	6
Q4	2009/2010	57-86	90	0	90	10
	2010/2011	23-87	90	20	70	10
Q5	2009/2010	24-73	100	21	50	29
	2010/2011	21-86	92,9	7	86	7
Q6	2009/2010	29-66	100	8	76	16
	2010/2011	18-78	100	8	76	16

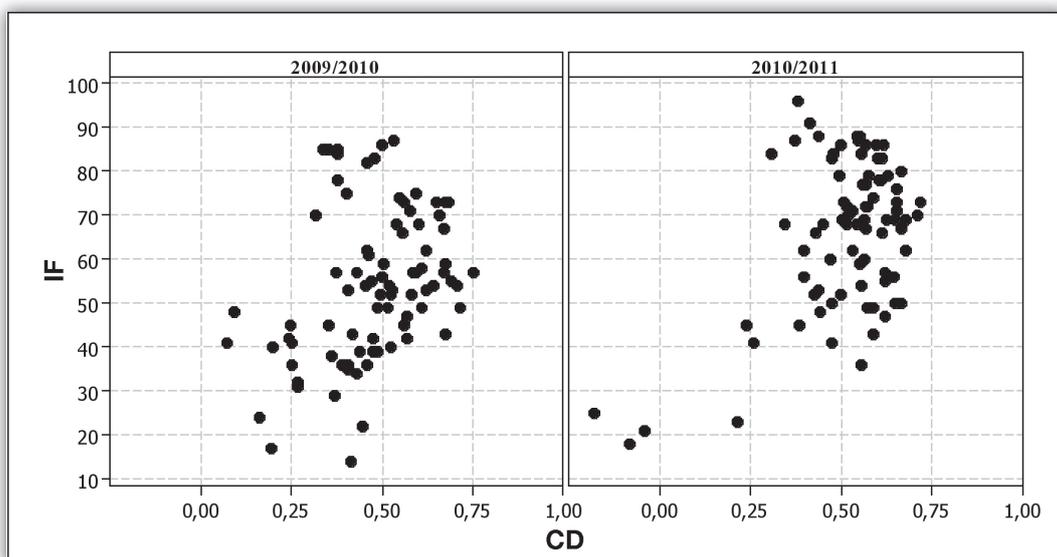


Figura 2. Matemáticas 1: Diagrama de dispersión de IF y CD, correspondientes a todas las preguntas utilizadas en los seis cuestionarios en los años 2009/2010 y 2010/2011.

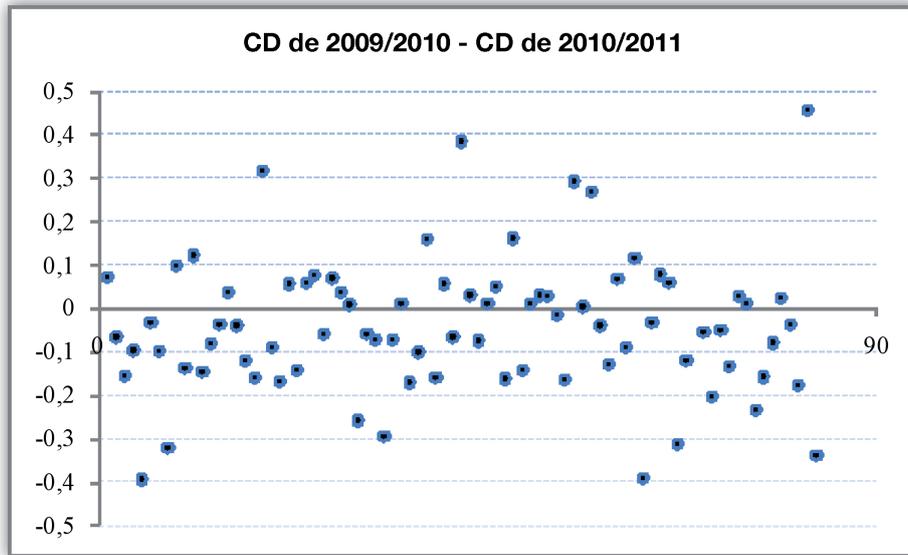


Figura 3. Matemáticas 1: Gráfico de la diferencia entre los valores del CD en 2009/2010 y en 2010/2011 para cada pregunta.

En cuanto a los ocho cuestionarios implementados en Matemáticas 2, en el primer año (2009/2010) las soluciones a los cuestionarios estaban disponibles en el campus virtual de la UPC. Corríamos, pues, el riesgo de que los estudiantes, por la facilidad de acceso a las soluciones y porque los cuestionarios eran una tarea para hacer en casa, pudieran copiar las respuestas del año anterior. Para evitarlo, en el segundo año, 2010/2011, rediseñamos los cuestionarios que se habían contestado ya el año anterior introduciendo en ellos algunos cambios, principalmente numéricos, los justos para conservar la esencia y la fiabilidad de los cuestionarios. Pero aun así, factores ajenos a las preguntas, como cambios en la cohorte de estudiantes o en el equipo docente, podían afectar los resultados del análisis de ítems de un cuestionario en particular. Como indica la Figura 4, las modificaciones en las preguntas, por pequeñas que fueran, podían dar lugar a resultados diferentes, dependiendo de las características del grupo de estudiantes del que se tratara. Los resultados positivos obtenidos en el segundo año, como hemos dicho, se reflejan en unos valores superiores del IF en general. La distribución aleatoria de valores alrededor de cero en la Figura 5 concuerda con el hecho de no haber emprendido ninguna acción concreta para mejorar el CD de las preguntas del cuestionario de Matemáticas 2, en contraste con la Figura 3, donde los valores tienden a concentrarse en la zona por debajo de cero. A pesar de los pequeños cambios introducidos en los cuestionarios, podemos afirmar que la mayoría de los valores del CD se mantuvieron, lo cual constituye un argumento a favor de la fiabilidad del CD como parámetro psicométrico en nuestro estudio.

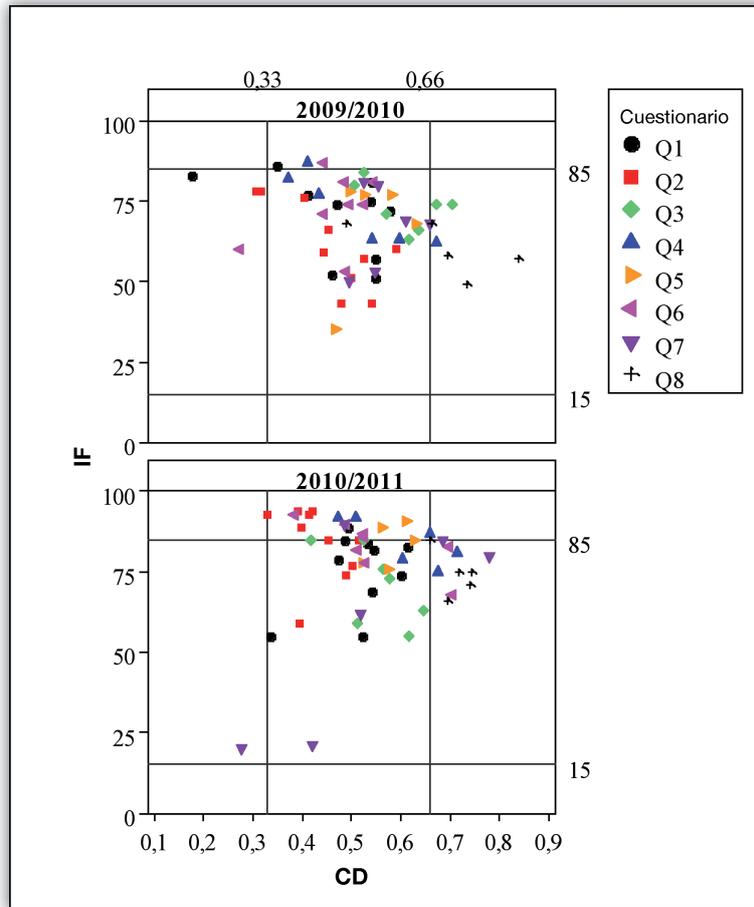


Figura 4. Matemáticas 2: Diagramas de dispersión de IF y CD, correspondientes a todas las preguntas utilizadas en los ocho cuestionarios de los años 2009/2010 y 2010/2011.

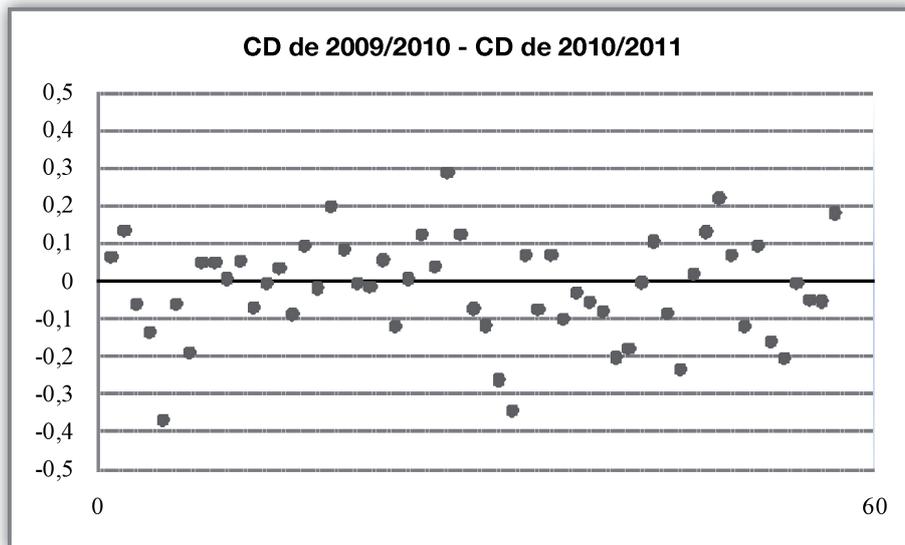


Figura 5. Matemáticas 2: Diagrama de la diferencia entre los valores del CD en 2009/2010 y en 2010/2011 para cada pregunta.

3.3. Análisis de las calificaciones de los estudiantes en los cuestionarios de Moodle

Unos años antes de la creación de los cuatro grados de Ingeniería de Biosistemas de la UPC, los procesos de enseñanza y aprendizaje de matemáticas en la ESAB se veían entorpecidos por un escaso rendimiento del alumnado, por su absentismo y por su falta de motivación. Para superar estas deficiencias, decidimos trabajar en un nuevo diseño de las asignaturas e incrementar sustancialmente el uso de metodologías asistidas por ordenador. En este sentido, diseñamos una metodología basada en el uso de herramientas virtuales para resolver problemas estándar y mejorar la comunicación entre profesores y alumnos.

Al final de cada semestre de los años académicos 2009/2010 y 2010/2011, pedimos a nuestros alumnos que evaluaran determinados aspectos de los cuestionarios implementados y del uso de Moodle. Aunque las evaluaciones aportadas por los estudiantes no son nuestra única fuente de información, constituyen una excelente guía para diseñar el proceso de enseñanza y, sobre todo, para evaluar la motivación del alumnado. La interacción entre docentes y estudiantes ayuda a los primeros a adaptar los aspectos de aprendizaje y evaluación a las necesidades de los segundos (Daly *et al.*, 2010). La Tabla 5 contiene un resumen de sus respuestas.

También se invitó a los estudiantes a que anotaran los aspectos positivos y negativos de los cuestionarios. Es importante poner de relieve los siguientes aspectos positivos, tal como lo expresaron los propios alumnos:

Es una manera fácil de poner en práctica los conceptos teóricos que hemos aprendido en clase.

Los cuestionarios son amenos.

Los cuestionarios me corrigen mis respuestas al momento.

Los cuestionarios me ayudaron a estar en contacto con la materia.

Es una forma indirecta de enriquecer el estudio.

En lo concerniente a los aspectos negativos, los estudiantes tendieron a considerar que el tiempo previsto para responder a los cuestionarios era insuficiente y además se quejaron de un retorno escaso una vez contestados los cuestionarios. Además, cuando se les preguntó qué mejoras proponían, hicieron hincapié en obtener más retorno de sus respuestas.

No obstante, a la vista de los resultados que muestra la Tabla 5 y de los aspectos positivos y negativos mencionados, nuestra impresión general es que los alumnos de Matemáticas 1 y Matemáticas 2 tenían una opinión positiva de los cuestionarios, tanto en 2009/2010 como en 2010/2011.

Debemos señalar que las autoras realizaron un proyecto parecido con cuestionarios de Moodle sobre un curso de Estadística (Blanco y Ginovart, 2010a). Los resultados de esta experiencia, coincidentes con los obtenidos para Matemáticas 1 y Matemáticas 2, son un argumento a favor de la conveniencia de utilizar este tipo de evaluación formativa en los procesos de enseñanza y aprendizaje en la educación superior.

Tabla 5. Matemáticas 1 y Matemáticas 2: Valoraciones de los estudiantes

<i>PREGUNTA</i>	<i>2009/2010 M2 n=83 (%)</i>	<i>2010/2011 M1 n=158 (%)</i>
¿Has utilizado Moodle anteriormente en esta asignatura?		
Nunca	21,7	7,0
Muy pocas veces	30,1	16,5
A veces	32,5	53,8
A menudo	10,8	17,1
Siempre	4,8	5,7
En general, mi valoración de los cuestionarios es		
Muy mala	0,0	3,1
Mala	12,0	8,8
Satisfactoria	41,0	40,9
Buena	33,7	40,3
Muy buena	13,3	6,9
Los cuestionarios me han ayudado a entender algunos temas de las clases teóricas		
En absoluto de acuerdo	4,8	6,3
En desacuerdo	15,7	8,2
Neutra	21,7	36,1
De acuerdo	42,2	41,1
Totalmente de acuerdo	15,7	8,2
Una vez contestados, obtuve suficiente información sobre las respuestas correctas		
En absoluto de acuerdo		
En desacuerdo	4,8	8,2
Neutra	22,9	22,0
De acuerdo	31,3	34,6
Totalmente de acuerdo	30,1	25,8
	10,8	9,4
Al utilizar los cuestionarios ha aumentado mi interés por la asignatura		
En absoluto de acuerdo	2,4	8,2
En desacuerdo	16,9	16,5
Neutra	41,0	52,5
De acuerdo	30,1	17,7
Totalmente de acuerdo	9,6	5,1
Creo que las notas que obtuve en los cuestionarios eran justas		
En absoluto de acuerdo	3,7	2,5
En desacuerdo	4,9	3,8
Neutra	25,6	19,6
De acuerdo	41,5	53,2
Totalmente de acuerdo	24,4	20,9

4. Conclusiones

En este trabajo hemos presentado los resultados obtenidos en dos proyectos financiados por el Instituto de Ciencias de la Educación de la UPC, cuyo principal objetivo era diseñar e implementar una

serie de cuestionarios de Moodle para la evaluación formativa de los estudiantes matriculados en asignaturas de matemáticas de los grados de Ingeniería. Por consiguiente, hemos analizado el grado de fiabilidad de los cuestionarios como herramientas de evaluación para asegurar la calidad del sistema de evaluación virtual propuesto.

De acuerdo con los estándares y directrices del informe de ENQA para asegurar la calidad de la educación superior europea, el diseño y el desarrollo de cuestionarios de Moodle implicó una reflexión claramente motivada por los diferentes aspectos del proceso de enseñanza y aprendizaje, que afecta tanto al profesorado como al alumnado.

En primer lugar, era fundamental comprobar que la solidez del sistema de evaluación virtual utilizado era equiparable a la de las herramientas de evaluación tradicionales utilizadas hasta el momento. La correlación entre las puntuaciones en los cuestionarios y la puntuación final obtenida en cada asignatura (Matemáticas 1 y Matemáticas 2) para los cursos 2009/2010 y 2010/2011 mostraron que los cuestionarios de Moodle podían considerarse unas herramientas útiles para informar a los estudiantes sobre su evolución y rendimiento en el proceso de aprendizaje. Además, el uso de cuestionarios como actividades de evaluación de bajo impacto para la recapitulación de módulos contribuía a fomentar la autorregulación de los alumnos y un trabajo regular a lo largo del curso. Por lo tanto, este trabajo demuestra que los cuestionarios de Moodle son una alternativa sólida a las pruebas de preguntas abiertas en términos de evaluación continua y formativa.

Para responder a las necesidades de la evaluación formativa, el sistema de evaluación virtual tenía que aportar a los docentes unas herramientas que les ayudasen a adaptar las actividades a las necesidades de sus alumnos, y mejorar así su fiabilidad a partir del retorno obtenido. El análisis de ítems que ofrece el módulo de cuestionarios de Moodle resultó ser una interesante herramienta psicométrica para calcular, depurar y mejorar la eficiencia de las preguntas del cuestionario. En cuanto al análisis psicométrico realizado con los 14 cuestionarios y con las respuestas de unos 500 estudiantes, logramos dar un importante paso adelante en el tratamiento y la comprensión de dos indicadores: el índice de facilidad y el coeficiente de discriminación.

Para finalizar, un aspecto clave del diseño y el desarrollo del sistema de evaluación virtual era comprobar si los estudiantes tenían sobre éste una opinión positiva. El hecho de que la valoración que hicieron los estudiantes de los cuestionarios Moodle fuera muy positiva reforzó la idea de que este tipo de actividades eran adecuadas para la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas. Y no solo de matemáticas, puesto que el sistema podría extrapolarse naturalmente a otras materias. Los resultados que aportamos en este estudio, así como la actitud del alumnado, son un estímulo para continuar trabajando con este sistema de evaluación virtual e incluso para ampliarlo a otras disciplinas en el futuro.

La experiencia adquirida en el desarrollo de los proyectos mencionados, junto con los datos generados a partir de la implementación de los resultados, nos permitió visualizar la mejor forma de impulsar un uso eficaz del módulo de cuestionarios de Moodle para la evaluación formativa de los estudiantes de acuerdo con las directrices del EEES. Queremos poner de relieve que, gracias a este sistema de evaluación virtual, pudimos realizar la evaluación formativa continua de un considerable número de alumnos sin sobrecargar a los profesores con un exceso de correcciones y sin que la ca-

lidad de la evaluación disminuyera. Ello no hubiera sido posible si en nuestra universidad el entorno Moodle no se hubiera utilizado ampliamente como SGA. Esto facilitó enormemente la implementación de herramientas así como la recopilación y el análisis de los resultados. En resumen, a partir de los resultados presentados en este trabajo, podemos concluir que los cuestionarios de Moodle son una herramienta sólida y fiable para la evaluación formativa virtual; por consiguiente, esperamos que nuestro estudio sea una referencia para ulteriores usos de este módulo de cuestionarios.

Agradecimientos

Queremos agradecer la ayuda económica que hemos recibido del Instituto de Ciencias de la Educación (UPC).

Bibliografía

- BLANCO, M.; GINOVART, M. (2010a). «Moodle quizzes for assessing statistical topics in engineering studies». En: K. Resetova (ed.). *Proceedings of the Joint International IGIP-SEFI Annual Conference 2010. Diversity unifies – Diversity in Engineering Education*. Bruselas: SEFI.
- BLANCO, M.; GINOVART, M. (2010b). «Análisis de la eficiencia de cuestionarios Moodle como herramienta de evaluación de asignaturas de matemáticas correspondientes a primeros cursos de titulaciones de ingeniería». En: *Proceedings of the VI CIDUI: New Areas of Quality in Higher Education. A comparative and trend analysis*. Barcelona: UPC.
- BLANCO, M.; ESTELA, M. R.; GINOVART, M.; SAÀ, J. (2009). «Computer Assisted Assessment through Moodle Quizzes for Calculus in an Engineering Undergraduate Course». *Quaderni di Ricerca in Didattica (Scienze Matematiche)*. Vol. 9, núm. 2, p. 78-84.
- BRINCK, R.; LAUTENBACH, G. (2011). «Electronic assessment in higher education». *Educational Studies*. Vol. 37, núm. 5, p. 503-512.
- BURTON, R. F. (2001). «Do Item-discrimination Indices Really Help Us to Improve Our Tests?». *Assessment & Evaluation in Higher Education*. Vol. 26, núm. 3, p. 213-220.
- COLE, J. (2005). *Using Moodle. Teaching with the popular open source course management system*. Sebastopol (CA): O'Reilly Community Press.
- CREWS, T. B.; CURTIS, D. F. (2011). «Online Course Evaluations: Faculty Perspective and Strategies for Improved Response Rates». *Assessment & Evaluation in Higher Education*. Vol. 36, núm. 7, p. 865-878.
- DALY, C.; PACHLER, N.; MOR, Y.; MELLAR, H. (2010). «Exploring formative e-assessment: using case stories and design patterns». *Assessment & Evaluation in Higher Education*. Vol. 35, núm. 5, p. 619-636.
- DELGADO, A. M.; OLIVER, R. (2006). «La evaluación continua en un nuevo escenario docente / Continuous assessment in the new teaching scenario». *RUSC*. Vol. 3, núm. 1, p. 1-13.

- ENQA (2005). *ENQA report on Standards and Guidelines for Quality Assurance in the European Higher Education Area*. Helsinki: Multiprint.
- FERRÃO, M. (2010). «E-assessment within the Bologna paradigm: evidence from Portugal». *Assessment & Evaluation in Higher Education*. Vol. 35, núm. 7, p. 819-830.
- GRAFF, M. (2003). «Cognitive Style and Attitudes Towards Using Online Learning and Assessment Methods». *Electronic Journal of e-Learning*, Vol. 1, núm. 1, p. 21-28.
- HECK, A.; VAN GASTEL, L. (2006). «Mathematics on the threshold». *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. Vol. 37, núm. 8, p. 925-945.
- LIM, L. L.; THIEL, D. V.; SEARLES, D. J. (2011). «Fine tuning the teaching methods used for second year university mathematics». *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. P. 1-9, iFirst.
- SMITH, G. H.; WOOD, L. N.; COUPLAND, M.; STEPHENSON, B.; CRAWFORD, K.; BALL, G. (1996). «Constructing mathematical examinations to assess a range of knowledge and skills». *International Journal for Mathematical Education in Science and Technology*. Vol. 27, núm. 1, p. 65-77.
- STEEGMANN, C.; HUERTAS, M. A.; JUAN, A. A.; PRAT, M. (2008). «E-learning de las asignaturas del ámbito matemático-estadístico en las universidades españolas: oportunidades, retos, estado actual y tendencias / E-learning in the area of maths and statistics in Spanish universities: opportunities, challenges, current situation and trends». *RUSC*. Vol. 5, núm. 2, p. 1-14.

Sobre las autoras

Mónica Blanco

monica.blanco@upc.edu

Profesora en el área de Matemática Aplicada

de la Universidad Politécnica de Cataluña - BarcelonaTech (UPC)

Licenciada en Matemáticas por la Universidad de Barcelona y doctora en Matemáticas por la Universidad Autónoma de Barcelona. Su actividad investigadora se centra en la historia de las matemáticas, así como en el análisis estadístico de datos. Ha participado en diversos proyectos de innovación docente para la mejora del aprendizaje de las matemáticas. Imparte docencia en las cuatro titulaciones de grado de Ingeniería de Biosistemas de la Universidad Politécnica de Cataluña y en la Facultad de Matemáticas de esta misma universidad. También ha sido profesora asociada de la Universidad Rovira i Virgili, y tutora de la Universidad Nacional de Educación a Distancia.

Marta Ginovart

marta.ginovart@upc.edu

Profesora en el área de Matemática Aplicada
de la Universidad Politécnica de Cataluña - BarcelonaTech (UPC)

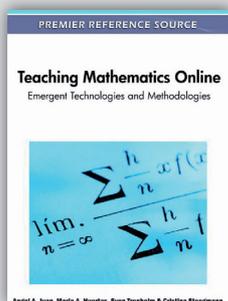
Licenciada en Ciencias, sección de Matemáticas por la Universidad Autónoma de Barcelona y doctora en Ciencias Matemáticas por la Universidad Politécnica de Cataluña. Su actividad investigadora se centra en la modelización y simulación discreta de sistemas biológicos, así como en el análisis estadístico de datos. Ha participado en diversos proyectos de innovación docente para la mejora del aprendizaje de las matemáticas. Imparte docencia en las cuatro titulaciones de grado de Ingeniería de Biosistemas de la Universidad Politécnica de Cataluña, fundamentalmente en asignaturas de matemáticas y estadística. Ha preparado material docente diverso para poder enlazar su docencia en las titulaciones de Ingeniería de Biosistemas con su experiencia en la utilización de los modelos basados en agentes (o en individuos), los cuales ofrecen ciertas ventajas para el estudio de sistemas complejos y sistemas biológicos frente a las que ofrecen algunos modelos continuos y más clásicos.

Departament de Matemàtica Aplicada III
Universitat Politècnica de Catalunya
Edifici ESAB
C/ Esteve Terradas, 8
08860 Castelldefels (Barcelona)
España



Los textos publicados en esta revista están sujetos –si no se indica lo contrario– a una licencia de Reconocimiento 3.0 España de Creative Commons. Puede copiarlos, distribuirlos, comunicarlos públicamente y hacer obras derivadas siempre que reconozca los créditos de las obras (autoría, nombre de la revista, institución editora) de la manera especificada por los autores o por la revista. La licencia completa se puede consultar en <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/es/deed.es>.

RESEÑA



Teaching Mathematics Online: Emergent Technologies and Methodologies

Editado por Ángel A. Juan, María A. Huertas,
Sven Trenholm y Cristina Steegmann (2011).

Hershey (Pensilvania): IGI Global. 414 páginas.

Hans Cuypers

hansc@win.tue.nl

Profesor asociado de Matemáticas Discretas de la Universidad Técnica de Eindhoven

Fecha de presentación: noviembre de 2011

Fecha de aceptación: diciembre de 2011

Fecha de publicación: enero de 2012

Cita recomendada

CUYPERS, Hans (2012). «Reseña del libro *Teaching Mathematics Online: Emergent Technologies and Methodologies*, editado por Ángel A. Juan, María A. Huertas, Sven Trenholm y Cristina Steegmann» [reseña en línea]. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento (RUSC)*. Vol. 9, n.º 1, págs. 184-189 UOC. [Fecha de consulta: dd/mm/aa].

<<http://rusc.uoc.edu/ojs/index.php/rusc/article/view/v9n1-cuypers/v9n1-cuypers>>

ISSN 1698-580X

Resumen

El siguiente texto es una reseña del libro *Teaching Mathematics Online: Emergent Technologies and Methodologies*, publicado recientemente por IGI Global. En él se han reunido una serie de experiencias y mejores prácticas relacionadas con el uso de metodologías basadas en internet y en sistemas informáticos que tienen por objeto la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el ciclo educativo superior. Pese a la gran cantidad de libros existentes sobre *e-learning* y la abundancia de obras referidas a la enseñanza de las matemáticas en el ciclo educativo secundario, este es –que sepamos– el primer libro que combina *e-learning* y enseñanza de las matemáticas a un nivel universitario. Así pues, nos hallamos ante una referencia básica para entornos tanto académicos como profesionales de esta disciplina en constante evolución.

Palabras clave

e-learning, enseñanza de las matemáticas, enseñanza superior, aprendizaje asistido por ordenador

Abstract

The following text reviews the book *Teaching Mathematics Online: Emergent Technologies and Methodologies*, recently published by IGI Global. This book brings together experiences and best practices related to the use of Web-based and computer-based methodologies to teach and learn mathematics courses in higher education. Although there is a plethora of books on e-learning and also a considerable amount of books on mathematics learning in secondary education, this is – as far as we know – the first book combining e-learning and mathematical education at the university level. Thus, it constitutes a basic reference for academics and practitioners of this constantly emerging field.

Keywords

e-learning, mathematical education, higher education, computer-supported learning

Los editores han reunido en esta voluminosa obra de más de 400 páginas dieciocho capítulos sobre el *e-learning* de las matemáticas. Dos son básicamente los motivos que les han llevado a ello:

- «Mostrar y esclarecer cuestiones de orden práctico y metodológico en relación con el *e-learning* de las matemáticas», y
- «mostrar y esclarecer tendencias actuales y futuras respecto a la manera de facilitar y potenciar la enseñanza de las matemáticas mediante las tecnologías informáticas y de internet».

El libro se compone de varios capítulos en los que se abordan muchos e interesantes avances en el ámbito del aprendizaje de las matemáticas potenciado por la tecnología. Hay capítulos dedicados al análisis de las mejores prácticas en el ámbito del *e-learning* de las matemáticas referido al ciclo educativo superior; capítulos en los que se ofrecen modelos pedagógicos de carácter teórico o aplicado en el *e-learning* de las matemáticas; capítulos en los que se describen tecnologías emergentes y software matemático empleados en la enseñanza de las matemáticas en línea, y capítulos donde se presentan los últimos trabajos de investigación acerca de los cambios producidos en la enseñanza de las matemáticas a partir del uso de métodos educativos en línea.

El libro se inicia con una introducción a cargo de los editores en la que ofrecen una perspectiva general de los distintos capítulos, agrupados en los tres apartados siguientes:

1. Experiencias mixtas en *e-learning* de las matemáticas
2. Experiencias en *e-learning* de las matemáticas desarrolladas estrictamente en línea
3. Software matemático y recursos en internet para el *e-learning* de las matemáticas

Del mismo modo, los capítulos se distribuyen a lo largo de los tres apartados. Resumimos ahora brevemente el contenido de los diversos apartados y capítulos.

El primer apartado se centra en una serie de experiencias llevadas a cabo en el ámbito del *e-learning* de las matemáticas en las que se mezclan la enseñanza presencial y la enseñanza a distancia o en línea. El apartado empieza con un capítulo de Miller en el que se describe la aplicación satisfac-

toria de un modelo asíncrono al debate en línea de un curso de matemáticas destinado a docentes de esta materia. Sigue a este capítulo uno de Abramovitz *et al.* que analiza una experiencia mixta desarrollada en los cursos de cálculo destinados a estudiantes universitarios de ingeniería en la cual se emplean evaluaciones en línea para facilitar a los estudiantes la comprensión de conceptos y teoremas teóricos. A continuación viene un capítulo de B. Loch en el que la autora describe el uso de *screencasts* (capturas de pantalla en vídeo) de clases en directo y de *screencasts* de breves fragmentos de teoría o ejemplos, en el contexto de un curso de investigación operativa, con el fin de proporcionar a los estudiantes en línea información puntual. Los capítulos 4, 5 y 6, que firman, respectivamente, Albano, Perdue y Divjak, analizan una serie de experiencias en las que se han utilizado herramientas de *e-learning* general: desde LMS, wikis y avatares hasta vídeo y redes sociales, todo ello con el fin de potenciar los cursos de matemáticas que estos autores imparten en la modalidad presencial.

El segundo apartado del libro está dedicado al análisis de una serie de experiencias en *e-learning* de las matemáticas llevadas a cabo estrictamente en línea. Contiene dos capítulos sobre el uso de herramientas de comunicación y colaboración en línea a cargo de Meletiou-Mavrotheris y de Silverman y Clay, ambos centrados en la formación de profesores de matemáticas, así como dos capítulos a cargo de Tempelaar *et al.* y Biehler *et al.* referidos al uso y la repercusión del material de enseñanza en línea en los cursos puente de matemáticas de transición entre los centros de secundaria y la universidad. Los otros dos capítulos, a cargo de Jarvis y de Trenholm *et al.*, identifican, revisan y evalúan diversos modelos y métodos de *e-learning* de las matemáticas.

El último apartado del libro estudia el empleo de software matemático y de recursos en internet para el *e-learning* de las matemáticas. Incluye un capítulo a cargo de Cherkas y Welder en el que los autores analizan algunas webs de gran popularidad; un capítulo de Alcázar *et al.* en el que se describen experiencias con los paquetes informáticos WIRIS, GeoGebra, SAGE y Wolfram Alpha; y un capítulo a cargo de Lokar *et al.* en el que se describe la iniciativa NAUK.si de creación de bloques de aprendizaje basados en la web. Badger y Sangwin analizan el empleo de bases de Gröbner para la calificación automática de ejercicios en línea sobre sistemas de ecuaciones. Misfeldt y Sanne, por su parte, analizan los problemas a los que se enfrentan estudiantes y docentes a la hora de escribir fórmulas matemáticas en el ordenador, y ofrecen algunas soluciones al respecto. En el último capítulo, a cargo de Mac an Bhairst y O'Shea, se examinan diversos instrumentos informáticos de carácter general que pueden utilizarse en las clases de matemáticas, entre ellos podcasts, screencasts y vídeos.

Sin lugar a dudas, con esta obra los editores han conseguido alcanzar sus objetivos. Han reunido una gran variedad de información de gran interés sobre recursos en línea y su empleo en la enseñanza mixta y en línea de las matemáticas. Un conjunto de capítulos en los que se ofrece una buena perspectiva de los métodos, tendencias y posibilidades educativas asociados al aprendizaje de las matemáticas potenciado por la tecnología.

Con toda seguridad, en estos capítulos los profesionales dedicados a la enseñanza de las matemáticas encontrarán información y motivación con la que mejorar su labor docente mediante el buen uso de recursos informáticos y en línea.

Sobre los editores del libro

Ángel A. Juan

ajuanp@uoc.edu

Profesor asociado de Simulación y Análisis de Datos en los Estudios de Informática de la Universitat Oberta de Catalunya (UOC)

Investigador del Internet Interdisciplinary Institute (IN³). Es doctor en Matemática Computacional Aplicada por la UNED (Universidad Nacional de Educación a Distancia) y posee un máster en Tecnologías de la información por la UOC y un máster en Matemática aplicada por la Universidad de Valencia. Hizo una estancia predoctoral en la Universidad de Harvard y una etapa posdoctoral en el Centro de Transporte y Logística del MIT. Entre sus áreas de interés se hallan la simulación-optimización, el análisis de datos educativos y el *e-learning* de las matemáticas. Ha publicado más de cien trabajos sobre estas disciplinas en revistas, libros y actas de ámbito internacional. Es miembro de la sociedad INFORMS. Su sitio web personal es <http://ajuanp.wordpress.com>.

Universitat Oberta de Catalunya (UOC)
Estudios de Informática, Multimedia y Telecomunicación
Rambla del Poblenou, 156
08018 Barcelona
España

María Antonia Huertas

mhuertass@uoc.edu

Profesora asociada de Matemáticas y Representación del Conocimiento en los Estudios de Informática de la Universitat Oberta de Catalunya (UOC)

María Antonia Huertas es doctora en Matemáticas por la Universidad de Barcelona. Tiene un posgrado en Sistemas de información y comunicación (UOC), y cursó estudios de posdoctorado en Lógica e Inteligencia Artificial en el Instituto de Lógica, Lenguajes y Computación de la Universidad de Amsterdam. Entre sus áreas de interés se cuentan la lógica, la representación del conocimiento, la enseñanza y el aprendizaje en línea y la enseñanza de las matemáticas. Ha publicado artículos y capítulos de monografías sobre estas disciplinas en revistas, libros y actas de ámbito internacional. Universitat Oberta de Catalunya (UOC)

Estudios de Informática, Multimedia y Telecomunicación
Rambla del Poblenou, 156
08018 Barcelona
España

Sven Trenholm

s.trenholm@lboro.ac.uk

Estudiante de doctorado del Centro de Enseñanza de las Matemáticas
de la Universidad de Loughborough

Sven Trenholm fue profesor de Matemáticas a tiempo completo en la Universidad del Estado de Nueva York (SUNY) durante más de diez años, y es máster en Diseño curricular y tecnología educativa por esta misma universidad. Es licenciado en Ciencia con un diploma de Educación de las matemáticas por la Universidad McGill. Su investigación doctoral se centra en los sistemas de evaluación de docentes que imparten matemáticas en el ciclo superior y en la modalidad de *e-learning*. Otras áreas de interés son los diferentes enfoques entre disciplinas en cuanto a métodos de *e-learning*, el *e-lecturing* de las matemáticas, la eficacia del *e-learning* en cursos de cálculo aritmético básico y los aspectos psicológicos del *e-learning*. En estos ámbitos de interés ha publicado diversos artículos y ha presentado numerosos trabajos.

Mathematics Education Centre
Loughborough University
Leicestershire, LE11 3TU
Reino Unido

Cristina Steegmann

csteegmann@uoc.edu

Estudiante de doctorado de la Universitat Oberta de Catalunya (UOC)

Cristina Steegmann tiene una experiencia de más de diez años en la enseñanza de matemáticas por internet a estudiantes de ingeniería. Su investigación doctoral se centra en el *e-learning* de las matemáticas en el contexto del espacio europeo de educación superior. Como consecuencia de ello, ha participado en distintos proyectos de investigación sobre este tema y es coautora de varios trabajos y capítulos publicados en revistas y libros de ámbito internacional.

Universitat Oberta de Catalunya (UOC)
Estudios de Informática, Multimedia y Telecomunicación
Rambla del Poblenou, 156
08018 Barcelona
España

Sobre el autor de la reseña

Hans Cuypers

hansc@win.tue.nl

Profesor asociado de Matemáticas Discretas de la Universidad Técnica de Eindhoven

Hans Cuypers estudió matemáticas en la Universidad Radboud de Nijmegen y en la Universidad de Utrecht, en la cual obtuvo un doctorado. En el año académico 1989-1990 fue profesor visitante en la Universidad del Estado de Michigan. Al año siguiente impartió docencia en la Universidad de Kiel (Alemania). Desde septiembre de 1991, Cuypers es profesor titular en la Universidad Técnica de Eindhoven, en la que actualmente dirige el grupo de Álgebra y Geometría Discretas. Sus principales intereses matemáticos son el álgebra y la geometría discretas, en especial la geometría (finita), así como la teoría de grupos, la teoría de gráficos, la teoría de diseños, la combinatoria algebraica, el álgebra abstracta y aplicada, y el álgebra computacional. Sus intereses más recientes son las matemáticas interactivas y el *e-learning*. Más en concreto, un programa informático aplicado a las matemáticas interactivas, el MathDox, se ha diseñado bajo su dirección. Cuypers ha publicado más de setenta trabajos y tres libros sobre las investigaciones que lleva a cabo. Su sitio web personal es <http://www.win.tue.nl/~hansc/>.

Technische Universiteit Eindhoven

Den Dolech 2

5612 AZ Eindhoven

Países Bajos



Los textos publicados en esta revista están sujetos –si no se indica lo contrario– a una licencia de Reconocimiento 3.0 España de Creative Commons. Puede copiarlos, distribuirlos, comunicarlos públicamente y hacer obras derivadas siempre que reconozca los créditos de las obras (autoría, nombre de la revista, institución editora) de la manera especificada por los autores o por la revista. La licencia completa se puede consultar en <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/es/deed.es>.